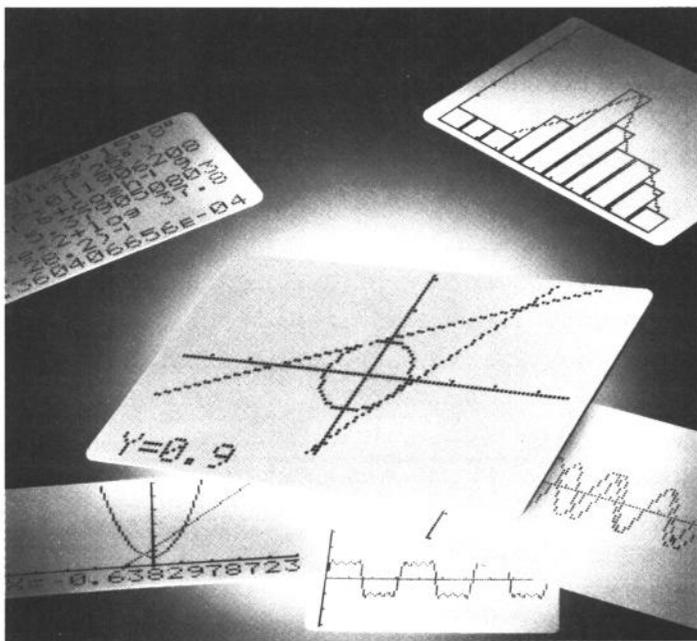




カシオグラフィック関数電卓

# アプリケーションブック



- 本書の内容に関しては、将来予告なしに変更することがあります。
- 本書の内容については万全を期して作成いたしました。が、万一不審な点や誤りなど、お気づきのことがありましたらご連絡ください。
- 本書の一部または全部を無断で複製することは禁止されています。また、個人としてご利用になるほかは、著作権法上、当社に無断では使用できませんのでご注意ください。
- 万一、本書使用により生じた損害、逸失利益または第三者からのいかなる請求についても、当社では一切その責任を負えませんので、あらかじめご了承ください。

# 目次

## 第1章 数学

1. 連立方程式	1
2. 双曲線の接線と軌跡	5
3. 不等式の解法	8
4. リサージュ曲線	13
5. 2次曲線で囲まれた図形の面積	16
6. フーリエ級数	19
7. 3次方程式の解法	23
8. 極大値、極小値	28
9. シンプソン法による定積分	33
10. 第1種ベッセル関数	36

## 第2章 統計

1. 度数分布表	41
2. 減価償却計算	45
3. 2項定理	49
4. 2項分布	55
5. ポアソン分布	59
6. 実験データの検証	63
7. 母平均の検定	67
8. 母平均の推定	71
9. $\bar{x}$ -R 管理図	75
10. 極限值のある傾向値	81

## 第3章 電気・電子

1. RC 回路のパルス応答	87
2. RLC 直列回路の共振	90
3. 振幅変調	93
4. 交流波形の和と差 (合成波)	97
5. 電波の磁界と電界	101
6. 増幅器の周波数特性	104
7. トランジスタの静特性	107
8. LPF 設計	111
9. 平滑回路	114
10. 分布定数回路	119

第 1 章

数 学

$$\begin{aligned} x+y &= 3 \\ -2x+y &= 0 \end{aligned}$$

## 連立方程式

### 例題

- 次の連立方程式の解を求めなさい。

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

### 解法

- 2元連立一次方程式の一般式。

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{についてこれを解きますと、}$$

$$x = \left( \frac{c_1}{b_1} - \frac{c_2}{b_2} \right) \div \left( -\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} \right)$$

$$y = \left( \frac{c_1 a_2}{b_1 b_2} - \frac{a_1 c_2}{b_1 b_2} \right) \div \left( -\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} \right) \quad \text{となります。}$$

したがって、これをプログラムすれば、係数の値を代入するだけで方程式の解が得られます。

- 2元連立一次方程式は、グラフ上で2直線の交点の座標としても求められます。

2つの方程式のグラフを描き、トレース機能を使って交点の座標を求めることができます。

# プログラム

行	(MODE [2] に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ステップ			
1	Lbl 1 ↵		3			
2	" A 1 = " ? → A ↵		12			
3	" B 1 = " ? → B ↵		21			
4	" C 1 = " ? → C ↵		30			
5	" A 2 = " ? → D ↵		39			
6	" B 2 = " ? → E ↵		48			
7	" C 2 = " ? → F ↵		57			
8	B × E = 0 ⇒ Goto 1 ↵		66			
9	(-) A ÷ B → G ↵		73			
10	C ÷ B → H ↵		79			
11	(-) D ÷ E → I ↵		86			
12	F ÷ E → J ↵		92			
13	G = I ⇒ " N O SPACE A N S W E R "		107			
14	▲		108			
15	" X = " ▲		113			
16	( J - H ) ÷ ( G - I ) → X ▲		127			
17	" Y = " ▲		132			
18	( (-) I H + J G ) ÷ ( G - I ) →		147			
19	Y ▲		149			
20	Range: X - 1 , X + 1 , 0 . 2 , Y -		164			
21	1 , Y + 1 , 0 . 2 ↵		174			
22	Graph: I X + J ↵		180			
23	Graph: G X + H ▲		186			
24	Range: X - 1 0 , X + 1 0 , 1 , Y -		201			
25	1 0 , Y + 1 0 , 1 ↵		211			
26	Graph: I X + J ↵		217			
27	Graph: G X + H		222			
28						
メモリー内容	A	方程式1の x の係数	H	C ÷ B	O	V
	B	" y の係数	I	-D ÷ E	P	W
	C	" 定数項	J	F ÷ E	Q	X x の解
	D	方程式2の x の係数	K		R	Y y の解
	E	" y の係数	L		S	Z
	F	" 定数項	M		T	
	G	-A ÷ B	N		U	

# 操作例

## <キー操作>

Prog 0 [EXE]

1 [EXE]

1 [EXE]

3 [EXE]

(-) 2 [EXE]

1 [EXE]

0 [EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]



[SHIFT]



[Trace]

.....

交点位置まで押す。

[SHIFT]

[X↔Y]

と押すと

Y = 2 と表示される。

## <表示>

A 1 = ?

1  
B 1 = ?

1  
C 1 = ?

3  
A 2 = ?

- 2  
B 2 = ?

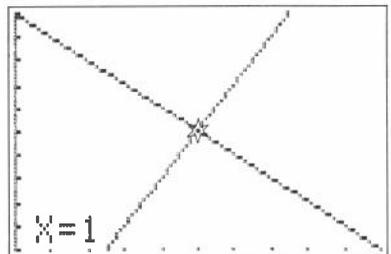
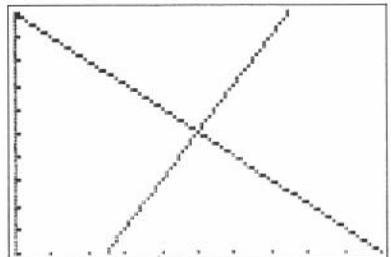
1  
C 2 = ?

0  
X =

1.

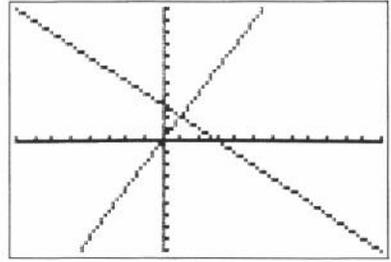
Y =

2.



EXE

グラフの全体像を見る。



### 解説・発展

- グラフがy軸と平行になるときは、グラフが描けません。  
すなわち、 $b_1 \times b_2 = 0$  の場合は、プログラムの最初に戻ります。また、2つのグラフが平行の場合は“NO ANSWER”を表示します。
- グラフの交点から答を得る場合、必ずしも計算から得られる答とはならず、近似値になることが多い。これは、レンジ指定を変えて、交点の近傍が詳しく見られるようにすることで解決します。  
プログラムでは、計算結果を表示のあと、交点部分を拡大したグラフを表示し、次にグラフの全体像が見られるようにしてあります。  
縮小されたグラフが表示されたときに、トレース機能で交点の座標を求めてみるとそのちがいがわかります。

fx-6000G, 6500G の場合、必ずしも拡大しなくともグラフと計算の答が一致しますが、交点を正確に見きわめるには、やはり拡大した方がよいでしょう。

## 双曲線の接線と軌跡

### 例題

■  $xy=k(k>0)$  において、 $k$  に種々の値を与えて得られる曲線と、傾きが  $-1$  の直線との接点の軌跡を求めなさい。

### 解法

■  $xy=k(k>0)$ ……① に接する傾き  $-1$  の直線を  $x+y=a$  ……………② とします。

①②より

$x^2-ax+k=0$ ……③ ③の判別式、 $D=0$ の条件により

$$D=a^2-4k=0 \quad \therefore a=\pm 2\sqrt{k} (k>0)$$
……④

これを③に代入

$$x^2 \mp 2\sqrt{k}x+k=0 \quad \text{これを解いて、} x=\pm\sqrt{k}$$
……⑤

となります。

①⑤より、接点は  $(\pm\sqrt{k}, \pm\sqrt{k})$  となり、求める接点の軌跡の方程式は

$$y=x \quad \text{となります。}$$

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> ) に続いて下の命令の順にキーを押す	プログラム	実行内容	ステップ				
1	Range: (-)	4 , 4 , 1 , (-) 3 , 3 , 1 ↵		15				
2	∅ →	K ↵		19				
3	Lbl: 1	↵		22				
4	K + 1 →	K ↵		28				
5	Graph: K X	$x^{-1}$ ↵		33				
6	Graph: (-) X + 2 √	K ↵		41				
7	Graph: (-) X - 2 √	K ↵		49				
8	Plot: √	K , √ K ↵		56				
9	Plot: (-) √	K , (-) √ K ↵		65				
10	Line:	↵		67				
11	K < 5 ⇒	Goto 1		73				
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
メモリー内容	A		H		O		V	
	B		I		P		W	
	C		J		Q		X	$x$
	D		K	K	R		Y	
	E		L		S		Z	
	F		M		T			
	G		N		U			

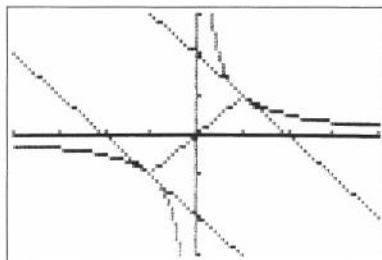
## 操作例

〈キー操作〉

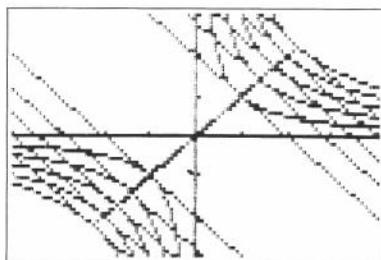
Prog 0 EXE

$k=1, 2, \dots, 5$  について、双曲線、接線、接点をむすぶ直線が連続的に表示されます。

〈表示〉



$k=1$



## 解説・発展

■ 解析的に解ける問題であっても、グラフを描くことによって答が予想されたり、この例題のように、軌跡の意味や答えの確認ができます。

## 不等式の解法

### 例 題

■不等式 
$$\begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ y + x \leq 1 \end{cases}$$

の2式を同時に満たす領域を図示しなさい。

### 解 法

■不等式を解く問題や、領域を示す問題は、グラフ化することで解決することが多い。

不等式を変形すれば、

$$\begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ y \leq -x + 1 \end{cases}$$

となるので、これを示せばよい。したがって、

$y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ,  $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$  の2曲線のグラフを描き、交点の座標を求め、大小関係を考えるとよいでしょう。

# プログラム

行	( <small>MODE</small> [2] に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ページ	
1	Range: (-) 4 , 4 , 1 , (-) 4 , 1 1 , 2		15	
2	↵		16	
3	Lbl: 1 ↵		19	
4	" A 1 = " ? → A : " B 1 = " ?		34	
5	→ B : " C 1 = " ? → C ↵		46	
6	Graph: A X x <sup>2</sup> + B X + C ▲		56	
7	" A 2 = " ? → D : " B 2 = " ?		71	
8	→ E : " C 2 = " ? → F ↵		83	
9	Graph: D X x <sup>2</sup> + E X + F ▲		93	
10	A - D → G : B - E → H : C - F		108	
11	→ I ↵		111	
12	G = 0 ⇒ Goto 4 : H x <sup>2</sup> - 4 G I → L		126	
13	↵		127	
14	L > 0 ⇒ Goto 3 ↵		134	
15	L < 0 ⇒ Goto 2 ↵		141	
16	" X 1 = X 2 = " ▲		150	
17	(-) H ÷ 2 G ▲		156	
18	Goto: 1 ↵		159	
19	Lbl: 2 ↵		162	
20	" X 1 , X 2 ; R E A L " ▲		175	
21	(-) H ÷ 2 G ▲		181	
22	" X 1 , (-) X 2 ; I M A G " ▲		195	
23	√: ( 4 G I - H x <sup>2</sup> ) ÷ 2 G ▲		208	
24	Goto: 1 ↵		211	
25	Lbl: 3 ↵		214	
26	( (-) H + √ L ) ÷ 2 G → X : (-) X		229	
27	+ 1 → Y ↵		234	
28	" X 1 = " ▲ X ▲		242	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	(MODE) [2] に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ライン	
1	" Y 1 = " ▲ Y ▲		250	
2	( (-) H - √ L ) ÷ 2 G → X : (-) X		265	
3	+ 1 → Y ↵		270	
4	" X 2 = " ▲ X ▲		278	
5	" Y 2 = " ▲ Y ▲		286	
6	Goto: 1 ↵		289	
7	Lbl 4 : " N O T H I N G " ▲		302	
8	Goto: 1		304	
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリ内容	A a <sub>1</sub>	H b <sub>1</sub> -b <sub>2</sub>	O	V
	B b <sub>1</sub>	I c <sub>1</sub> -c <sub>2</sub>	P	W
	C c <sub>1</sub>	J	Q	X x の値
	D a <sub>2</sub>	K	R	Y y の値
	E b <sub>2</sub>	L 判別式 H <sup>2</sup> -4GI	S	Z
	F c <sub>2</sub>	M	T	
	G a <sub>1</sub> -a <sub>2</sub>	N	U	

# 操作例

〈キ一操作〉

Prog 0 EXE

1 EXE

0 EXE

(-) 1 EXE

EXE

0 EXE

(-) 1 EXE

1 EXE

〈表示〉

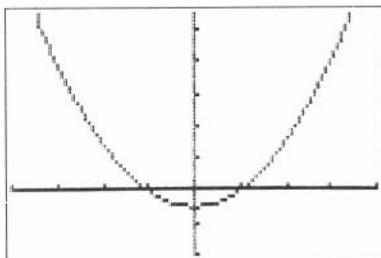
A 1 = ?

1

B 1 = ?

0

C 1 = ?



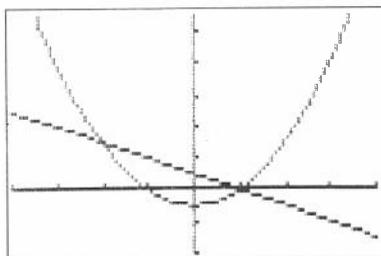
A 2 = ?

0

B 2 = ?

-1

C 2 = ?



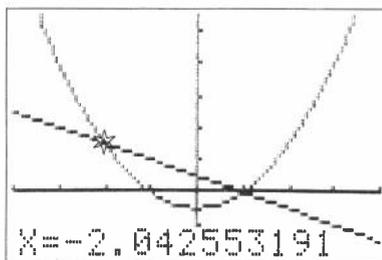



  
 .....
 
  
 カーソルを交点に移動、X を求めます。



 で、Y を求めます。

$$\left. \begin{array}{l} X = -2.042553191 \\ Y = 3.042553191 \end{array} \right\} \dots \textcircled{1}$$



同じように、右側の交点の座標を求めると、

$$\left. \begin{array}{l} X = 0.9361702128 \\ Y = 0.0638297872 \end{array} \right\} \dots \textcircled{2}$$

	X 1 =		X 2 =
	1.		- 2.
	Y 1 =		Y 2 =
	0.		3.

### 解説・発展

■操作例で、①②の交点の座標を求め、かつこの2点の間の曲線と、直線に囲まれた部分が求める領域であることがわかります。

さらに、表示された  $X_1, Y_1$  の値が交点②の正確な値であり、 $X_2, Y_2$  の値が交点①の正確な値であることがわかります。

fx-6000G, 6500G の場合、プログラムのYレンジを次のように変えた方が見やすくなります。

1 行目 : Range (-) 4, 4, 1, (-) 6, 6, 2 ↵

## リサーチユ曲線

### 例題

■媒介変数  $t$  を用いて定義される次の曲線のグラフを描きなさい。

(a)  $x = \sin 2t$       (b)  $y = \sin 3t$

### 解法

■グラフを描く手順は

1. ある  $t$  での  $x, y$  の値を求める。
2. 点  $(x, y)$  を座標上にプロットする。
3. プロットした点を線で結ぶ。

という作業を、 $0 \leq t \leq 2\pi$  の  $t$  について、適当な間隔で行なう必要があります。

したがって、以上の手順をプロット命令、ライン命令等を用いてプログラムすればよい。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> [2] に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	Rad: $\downarrow$		2	
2	$\emptyset \rightarrow T \downarrow$		6	
3	Range: (-) 2 , 2 , $\emptyset$ . 5 , (-) 1 . 5 ,		21	
4	1 . 5 , $\emptyset$ . 5 $\downarrow$		29	
5	$\emptyset$ . $\emptyset$ 2 $\pi \rightarrow D \downarrow$		37	
6	( 2 $\pi \div D + 2$ ) $\times D \rightarrow M \downarrow$		50	
7	Lbl 1 $\downarrow$		53	
8	sin 2 T $\rightarrow P \downarrow$		59	
9	sin 3 T $\rightarrow Q \downarrow$		65	
10	Plot P , Q $\downarrow$		70	
11	T > M $\Rightarrow$ Goto 3 $\downarrow$		77	
12	T = $\emptyset \Rightarrow$ Goto 2 $\downarrow$		84	
13	Line $\downarrow$		86	
14	Lbl 2 $\downarrow$		89	
15	T + D $\rightarrow T \downarrow$		95	
16	Goto 1 $\downarrow$		98	
17	Lbl 3		100	
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	x の値
	C	J	Q	y の値
	D	キざみ幅	K	
	E	L	S	Z
	F	M	t の最大値	T t の値
	G	N	U	

## 操 作 例

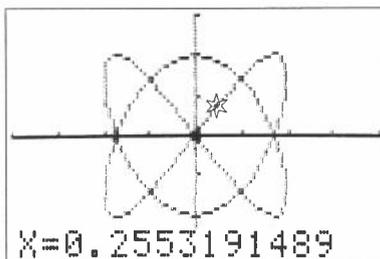
〈キー操作〉

Prog

0

EXE

〈表 示〉



点滅するポインタをカーソルキーで動かすことにより交点の座標を求めることができます。

## 解説・発展

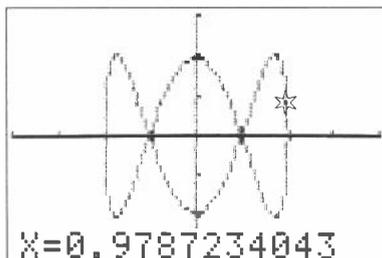
■ プログラムの8行目と9行目を変えることで、別の曲線が描けます。

(a)  $x = \cos t$     (b)  $y = \sin 3t$

この場合8行目を

$\cos T \rightarrow P$

と書きかえます。



fx-6000G, 6500Gの場合、プログラムのレンジを次のように変えます。

3行目 : Range (-) 2, 2, 0.5, (-) 2.5, 1.5, 0.5 ←

## 2次曲線で囲まれた図形の面積

### 例題

■ 次の2次曲線 (a), (b) で囲まれた面積を求めなさい。

$$(a) y = 2x^2 - 6x + 1 \quad (b) y = -x^2 - 2x + 5$$

### 解法

■ 2つの2次曲線

$$y = a_1x^2 + b_1x + c_1, \quad y = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

を考えます。2曲線の交点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とすると、 $\alpha$  と  $\beta$  は

$$(a_2 - a_1)x^2 + (b_2 - b_1)x + c_2 - c_1 = 0$$

の2根であるから、根と係数の関係から

$$\alpha + \beta = -\frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}, \quad \alpha\beta = \frac{c_2 - c_1}{a_2 - a_1} \dots\dots \textcircled{1}$$

となります。

2曲線に囲まれる面積  $S$  は

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{\alpha}^{\beta} \{(a_2 - a_1)x^2 + (b_2 - b_1)x + c_2 - c_1\} dx \right| \\ &= \frac{|a_2 - a_1|}{6} (\beta - \alpha)^3 \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \text{ から } (\beta - \alpha)^2 = \left( \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1} \right)^2 - 4 \left( \frac{c_2 - c_1}{a_2 - a_1} \right)$$

だから、 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ より

$$S = \frac{|a_2 - a_1|}{6} \left\{ \left( \frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1} \right)^2 - 4 \left( \frac{c_2 - c_1}{a_2 - a_1} \right) \right\}$$

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> ) に続いて下の命令の順にキーを押す	プログラム	実行内容	ステップ			
1	Range: (-) 1 0 , 1 0 , 2 , (-) 1 0 , 1			15			
2	0 , 2 ↵			19			
3	Lbl 1 ↵			22			
4	" A 1 = " ? → A ↵			31			
5	" B 1 = " ? → B ↵			40			
6	" C 1 = " ? → C ↵			49			
7	" A 2 = " ? → D ↵			58			
8	" B 2 = " ? → E ↵			67			
9	" C 2 = " ? → F ↵			76			
10	D - A → G ↵			82			
11	G = 0 ⇒ Goto 1 ↵			89			
12	E - B → H ↵			95			
13	F - C → I ↵			101			
14	H $x^2$ - 4 G I → P ↵			110			
15	P ≤ 0 ⇒ Goto 1 ↵			117			
16	Graph: A X $x^2$ + B X + C ↵			127			
17	Graph: D X $x^2$ + E X + F ▲			137			
18	" S = " ▲			142			
19	P $x^2$ 1 . 5 ÷ ( 6 A $x^2$ )			153			
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
メモリー内容	A	A1	H	E-B	O	V	
	B	B1	I	F-C	P	判別式	W
	C	C1	J		Q	X	
	D	A2	K		R	Y	
	E	B2	L		S	Z	
	F	C2	M		T		
	G	D-A	N		U		

## 操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

2 EXE

(-) 6 EXE

1 EXE

(-) 1 EXE

2 EXE

5 EXE

EXE

EXE

〈表 示〉

A 1 ?

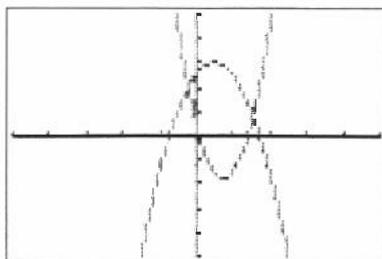
2  
B 1 ?

- 6  
C 1 ?

1  
A 2 ?

- 1  
B 2 ?

- 2  
C 2 ?



S =

49.38735781

## 解説・発展

■このプログラムでは、判別式が負の場合（2曲線が交点を持たない）はプログラムの最初に戻るようになっています。

■3次以上の曲線ではこの例題のようにはいきません。

しかし、グラフを描かせてトレース機能を使って交点の  $x$  座標を求め、積分によって面積を出すことができます。

## フーリエ級数

### 例題 1

- 次の関数をフーリエ級数で展開し、最初の2項をとった近似式のグラフを描きなさい。

$$f(x) = |\sin x|$$

### 解法 1

- 周期が  $2\pi$  の関数は

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

と展開できます。

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$f(x)$  が偶関数のとき  $b_n = 0$ 、奇関数のとき  $a_n = 0$  です。  
したがって、例題は偶関数ですから  $b_n = 0$  であり

$$a_0 = \frac{2}{\pi}$$

$$a_n = \begin{cases} 0 & \dots\dots\dots n : \text{奇数} \\ -\frac{4}{\pi} \frac{1}{(n-1)(n+1)} & \dots\dots\dots n : \text{偶数} \end{cases}$$

# 操作例 1

マニュアル

Range

右のようにレンジを指定します。

近似式は

$$f(x) \approx \frac{2}{\pi} - \frac{4}{3\pi} \cos 2x$$

MODE 5 EXE  
 SHIFT Cls :  
 Graph 2 ÷ SHIFT π - 4 ÷  
 ( 3 SHIFT π ) × cos 2  
 ALPHA + EXE  
 x

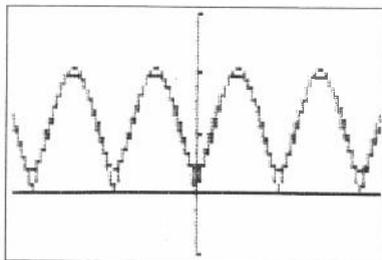
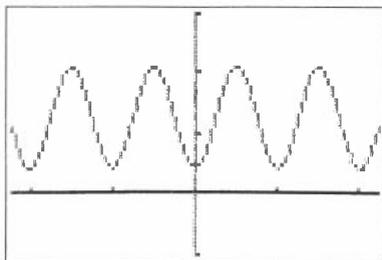
$f(x) = |\sin x|$  のグラフを描いて近似状

態を見ます。

Graph SHIFT Abs sin ALPHA +  
 x  
 EXE

Range

X min : -7  
 max : 7  
 scl : 3.14  
 Y min : -0.5  
 max : 1.5  
 scl : 0.5



## 例題 2

- 関数  $f(x) = \pi + x$  ( $-\pi < x < \pi$ ) かつ  $f(x+2\pi) = f(x)$  のフーリエ級数を求め、グラフを描きなさい。

## 解法 2

- $f = f_1 + f_2$  ( $f_1 = x, f_2 = \pi$ ) と書けます。

$f_2$  のフーリエ係数は、第一項 (定数項で  $\pi$ ) を除いて 0。

和  $f_1 + f_2$  のフーリエ係数は  $f_1$  と  $f_2$  に対応するフーリエ係数の和ですから、フーリエ係数  $a_n, b_n$  は  $a_0 = \pi$  を除いて  $f_1$  のフーリエ係数です。

$f_1$  は奇関数だから、 $n = 1, 2, \dots$  に対して  $a_n = 0$  また、

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f_1(x) \sin nx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin nx dx$$

部分積分して、

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{-x \cos nx}{n} \right]_0^{\pi} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} \cos nx dx = -\frac{2}{n} \cos nx$$

したがって、 $b_1 = 2, b_2 = -\frac{2}{2}, b_3 = \frac{2}{3}, b_4 = -\frac{2}{4}, \dots$

$$f(x) = \pi + 2(\sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \dots)$$

## 操作例 2

マニュアル

Range

右のようにレンジを指定します。

近似式は

$$f(x) \approx \pi + 2 \left( \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x \right)$$

MODE 5 EXE

SHIFT Cls :

Graph SHIFT  $\pi$  + 2 ( sin

ALPHA + - 2  $x^{-1}$  sin 2 ALPHA

+ + 3  $x^{-1}$  sin 3 ALPHA +

) EXE

Range

X min : -3.14

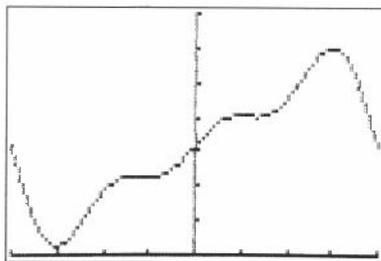
max : 3.14

scl : 0.785

Y min : 0

max : 7

scl : 1



## 3次方程式の解法

### 例題

■ 次の3次方程式を解きなさい。

(1)  $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

(2)  $x^3 - 1 = 0$

### 解法

■  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ( $a \neq 0$ )

の根と係数の関係から

$$x = y - \frac{b}{3a}, p = \frac{c}{3a} - \frac{b^2}{9a^2}, q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a}$$

$y^3 + 3py + q = 0$  において、 $y = u + v$  とおくと

$$u = \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q + \sqrt{D})}, v = \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-q - \sqrt{D})}$$

となります。D は判別式で、 $D = q^2 + 4p^3$

①  $D > 0$  の場合 1実根  $y_1 = u + v$

2虚根  $y_2 = -\frac{u+v}{2} + \frac{\sqrt{3}(u+v)i}{2}$   
 $y_3 = -\frac{u+v}{2} - \frac{\sqrt{3}(u+v)i}{2}$

②  $D < 0$  の場合 3実根  $y_1 = 2\sqrt{-p} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{3}\right)$   
 $y_2 = -2\sqrt{-p} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\vartheta}{3}\right)$   
 $y_3 = -2\sqrt{-p} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\vartheta}{3}\right)$

ただし、 $\vartheta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \frac{q}{2\sqrt{-p^3}}$

③  $D = 0$  かつ  $p = 0$  の場合  $y_1 = y_2 = y_3 = 0$

④  $D = 0$  かつ  $p \neq 0$  の場合 1実根  $y_1 = 2\sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$   
 2重根  $y_2 = y_3 = -\sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$

以上から、 $y$  を求めたあと  $x = y - \frac{b}{3a}$  により根を得ます。

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">2</span> ) に続いて下の命令の順にキーを押す	実行内容	ライン	
1	Range: (-) 5 , 5 , 0 . 5 , (-) 5 , 5 ,		15	
2	0 . 5 : Rad: $\leftarrow$		21	
3	Lbl 1 : Cls: $\leftarrow$		26	
4	" A = " ? $\rightarrow$ A $\leftarrow$		34	
5	" B = " ? $\rightarrow$ B $\leftarrow$		42	
6	" C = " ? $\rightarrow$ C $\leftarrow$		50	
7	" D = " ? $\rightarrow$ D $\leftarrow$		58	
8	A = 0 $\Rightarrow$ Goto: 1 $\leftarrow$		65	
9	Graph A X $x^3$ + B X $x^2$ + C X + D $\blacktriangle$		80	
10	( 3 A C - B $x^2$ ) $\div$ 9 A $x^2$ $\rightarrow$ P: $\leftarrow$		95	
11	( 2 B $x^3$ - 9 A B C + 2 7 A $x^2$		110	
12	D ) $\div$ 2 7 A $x^3$ $\rightarrow$ Q: $\leftarrow$		121	
13	Q: $x^2$ + 4 P $x^3$ $\rightarrow$ R : B $\div$ 3 A $\rightarrow$		136	
14	M: $\leftarrow$		138	
15	R > 0 $\Rightarrow$ Goto: 4 $\leftarrow$		145	
16	R < 0 $\Rightarrow$ Goto: 3 $\leftarrow$		152	
17	P $\neq$ 0 $\Rightarrow$ Goto: 2 $\leftarrow$		159	
18	" X 1 = X 2 = X 3 " $\blacktriangle$		170	
19	(-) M $\blacktriangle$		173	
20	Goto: 1 $\leftarrow$		176	
21	Lbl 2 : " X 1 = " $\blacktriangle$		185	
22	2 $\sqrt[3]{(-) Q \div 2}$ ) - M $\blacktriangle$		196	
23	" X 2 = X 3 = " $\blacktriangle$		205	
24	(-) $\sqrt[3]{(-) Q \div 2}$ ) - M $\blacktriangle$		216	
25	Goto: 1 $\leftarrow$		219	
26	Lbl 3 : 3 $x^{-1} \cos^{-1}$ ( Q $\div$ 2 P $\sqrt{(-) P}$ )		234	
27	$\rightarrow$ N : 2 $\sqrt{(-) P} \rightarrow$ O: $\leftarrow$		244	
28	$\pi \div 2 \rightarrow$ G : $\pi \div 6 \rightarrow$ H: $\leftarrow$		256	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">0002</span> に続いて下の命 今の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ライン	
1	" X 1 = " ▲		262	
2	O sin ( G - N ) - M ▲		272	
3	" X 2 = " ▲		278	
4	(-) O sin ( H + N ) - M ▲		289	
5	" X 3 = " ▲		295	
6	(-) O sin ( H - N ) - M ▲		306	
7	Goto 1 ↵		309	
8	Lbl 4 : $\sqrt[3]{(2x^{-1}((-)Q + \sqrt{R}))}$		324	
9	→ K ↵		327	
10	$\sqrt[3]{(2x^{-1}((-)Q - \sqrt{R}))}$ → L ↵		342	
11	K + L → J : K - L → I ↵		354	
12	" X 1 = " ▲		360	
13	J - M ▲		364	
14	" X 2 , X 3 ; R E A L " ▲		377	
15	(-) $2x^{-1} J - M$ ▲		384	
16	" X 2 , (-) X 3 ; I M A G " ▲		398	
17	$2x^{-1} I \sqrt{3}$ ▲		404	
18	Goto 1		406	
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A a	H $\pi/6$	O $2\sqrt{-p}$	V
	B b 各係数	I K-L	P $(3ac-b^2)9a^2$	W
	C c	J K+L	Q $2b^3/27a^3-bc/3a^2+d/a$	X } グラフ用変数
	D d	K $(-Q+\sqrt{R})/2$	R 判別式 $Q^2+4P^3$	Y }
	E	L $(-Q-\sqrt{R})/2$	S	Z
	F	M $b/3a (y \rightarrow x)$	T	
	G $\pi/2$	N $\emptyset$	U	

# 操作例

〈キー操作〉

(1) **Prog** 0 **EXE**

1 **EXE**

(-) 1 **EXE**

(-) 4 **EXE**

4 **EXE**

**SHIFT** **Trace**

**→** **→** ... **→**

x 軸との交点の位置にポインタを合せます。  
 $X \approx -2$  であることがわかります。

同様に、他の交点も  $X=0.9574468085$   
 $X=2.021276596$

と求められ、およそ 1, 2 にも解があることがわかります。

**EXE**

**EXE**

**EXE**

**EXE**

**EXE**

**EXE**

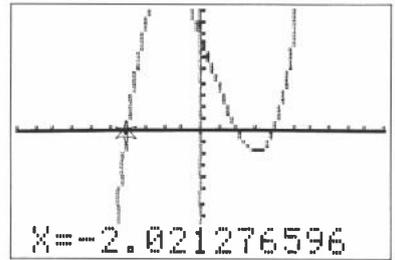
〈表示〉

A = ?

1  
 B = ?

- 1  
 C = ?

- 4  
 D = ?



X 1 = 2.

X 2 = -2.

X 3 = 1.

〈キー操作〉

(2)

EXE

1 EXE

0 EXE

0 EXE

(-) 1 EXE

SHIFT Trace

→ → ..... →

x 軸の交点が1つしかなく、あとは虚根と考えられます。(実根  $x \approx 1$ )

EXE

EXE

EXE

EXE

EXE

EXE

したがって、 $X_2, X_3$  は  $-0.5 \pm 0.8660254038i$  となります。

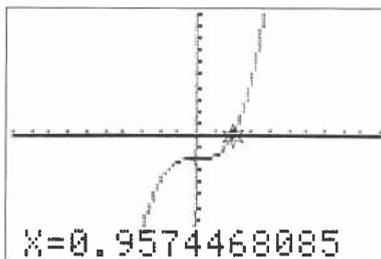
〈表示〉

A = ?

1  
B = ?

0  
C = ?

0  
D = ?



X 1 =

1.

X 2, X 3; REAL

- 0.5

↑  
 $X_2, X_3$  は虚根であり、その実部については  $-0.5$  であることを示します。

X 2, -X 3; IMAG

0.8660254038

↑  
 $X_2, X_3$  の虚部については  $\pm 0.8660254038i$  です。

## 極大値、極小値

### 例題

■  $y = 2x^3 + 9x^2 - 26x - 105$

のグラフを描き、極大値、極小値を求めなさい。

### 解法

■ 3次方程式の一般式を

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (a \neq 0) \dots\dots\dots ①$$

とすると、これを微分して、

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \dots\dots\dots ②$$

となります。

$y' = 0$  を解くと

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a} \dots\dots\dots ③$$

となります。

$x$  が③のときに、 $y$  は極値をもつのであるから、③のときの  $y$  の値を計算し、大小を比較すれば極大値、極小値が求められます。

# プログラム

行	( <small>MODE</small> [2] に続いて下の命 令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ライン	
1	< Prog: 0 >			
2	Lbl 0 ↵		3	
3	" A " ? → A : " B " ? → B ↵		17	
4	" C " ? → C : " D " ? → D ↵		31	
5	A = 0 ⇒ Goto 1 ↵		38	
6	√ ( B x <sup>2</sup> - 3 A C ) → K ↵		50	
7	( K - B ) ÷ 3 A → M ↵		61	
8	( (-) K - B ) ÷ 3 A → N ↵		73	
9	A M x <sup>3</sup> + B M x <sup>2</sup> + C M + D → S		88	
10	↵		89	
11	A N x <sup>3</sup> + B N x <sup>2</sup> + C N + D → T		104	
12	↵		105	
13	M > N ⇒ Goto 4 ↵		112	
14	N → P : M → Q : Goto 5 ↵		123	
15	Lbl 4 ↵		126	
16	M → P : N → Q ↵		134	
17	Lbl 5 ↵		137	
18	S > T ⇒ Goto 6 ↵		144	
19	T → U : S → V : Goto 7 ↵		155	
20	Lbl 6 ↵		158	
21	T → U : S → V ↵		166	
22	Lbl 7 ↵		169	
23	Abs M + Abs N → Z ↵		177	
24	Abs S + Abs T → W ↵		185	
25	Z = 0 ⇒ 3 → Z ↵		193	
26	W = 0 ⇒ 5 → W ↵		201	
27	Range: Q - Z , P + Z , 0 , V - W ,		216	
28	U + W , 0 ↵		222	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	( <small>MODE</small> ( <small>2</small> ) に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ページ	
1	Prog: 1 ▲		225	
2	M: キ: N ⇒ Goto: 2 ↵		232	
3	Prog: 2 ▲		235	
4	M ▲		237	
5	S ▲		239	
6	Goto: 9 ↵		242	
7	Lbl: 2 ↵		245	
8	M: <: N ⇒ Goto: 3 ↵		252	
9	Prog: 4 ▲		255	
10	M ▲		257	
11	S ▲		259	
12	Prog: 3 ▲		262	
13	N ▲		264	
14	T ▲		266	
15	Goto: 9 ↵		269	
16	Lbl: 3 ↵		272	
17	Prog: 4 ▲		275	
18	N ▲		277	
19	T ▲		279	
20	Prog: 3 ▲		282	
21	M ▲		284	
22	S ▲		286	
23	Goto: 9 ↵		289	
24	Lbl: 1 ↵		292	
25	B = 0 ⇒ Goto: 0 ↵		299	
26	(-) C ÷ 2 B → M ↵		307	
27	B: M x <sup>2</sup> + C M + D → S ↵		318	
28	B ( M + 5 ) x <sup>2</sup> + C ( M + 5 ) +		333	
メモリー内容	A a	H	O	V S
	B b 各係数	I	P	W  S  +  T
	C c	J	Q	X
	D d	K $\sqrt{b^2 - 3ac}$	R	Y
	E	L	S $aM^3 + bM^2 + cM + d$	Z  M  +  N
	F	M $(-b + K)/3a$	T $aN^3 + bN^2 + cN + d$	
	G	N $(-b - N)/3a$	U T	

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">[2]</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	D → U ↵		337	
2	M = 0 ⇒ 3 → P ↵		345	
3	S = 0 ⇒ 8 → U ↵		353	
4	Range M - 8 , M + 8 , 0 , S - Abs U		368	
5	, S + Abs U , 0 ↵		376	
6	Prog: 1 ▲		379	
7	Prog: 2 ▲		382	
8	M ▲		384	
9	S ▲		386	
10	Lbl: 9		388	
11				
12				
13	< Prog: 1 >			
14	Graph: A X $x^3$ + B X $x^2$ + C X + D		14	
15				
16	< Prog: 2 >			
17	" L I M "		5	
18				
19	< Prog: 3 >			
20	" M I M "		5	
21				
22	< Prog: 4 >			
23	" M A X "		5	
24				
25		Prog1~4計	417	
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

操 作 例

〈キ一操作〉

Prog 0 EXE

2 EXE

9 EXE

(-) 2 6 EXE

(-) 1 0 5 EXE

EXE

EXE

EXE

EXE

EXE

EXE

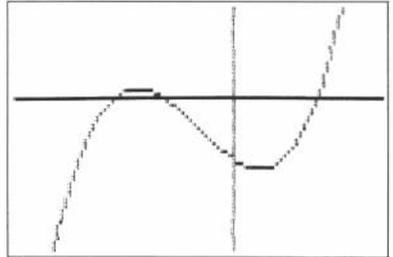
〈表 示〉

A ?

2  
B ?

9  
C ?

- 2 6  
D ?



MAX

1.06580072

-120.0660856

MIN

-4.06580072

15.06608562

## シンプソン法による定積分

### 例題

$$\blacksquare f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

を区間、 $a=1$  から  $b=3$  まで、 $2m=40$  で分割し、積分しなさい。

### 解法

■シンプソン法は、

$$I = \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} \left\{ y_0 + 4(y_1 + y_3 + \cdots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \cdots + y_{2m-2}) + y_{2m} \right\}$$

あるいは、

$$I = \frac{h}{3} \left\{ y_0 + \sum_{i=1}^m (4y_{2i-1} + 2y_{2i}) - y_{2m} \right\}$$

$$h = \frac{b-a}{2m}$$

$f(x)$  の式をグラフに描いてから、積分区間  $a, b$ , 分割数  $2m$  を入力すると、現在どの値を使って計算中かをグラフに示しながら計算を行ない、終了すると “I=” で答えを表示するプログラムを次に示します。

( $2m$  は奇数を入れないこと。)

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">Menu</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	< Prog: 0 >			
2	Range: 0 , 5 , 1 , 0 , 1 . 1 , 0 .		15	
3	5 ↓		17	
4	Prog: 2 ▲		20	
5	" A " ? → A : A → G ↓		31	
6	Prog: 1 : S → I ↓		38	
7	" B " ? → B : B → G : Prog: 1 ▲		52	
8	I - S → I : A → G : " 2 m " ?		67	
9	→ C ↓		70	
10	( B - A ) ÷ C → D : C ÷ 2 → T		85	
11	↓		86	
12	Lbl: 1 ↓		89	
13	G + D → G : Prog: 1 : I + 4 S → I		104	
14	↓		105	
15	G + D → G : Prog: 1 : I + 2 S → I		120	
16	↓		121	
17	T - 1 → T : T ≠ 0 ⇒ Goto: 1 ↓		134	
18	" I = " ▲		139	
19	D I ÷ 3		143	
20				
21	< Prog: 1 >			
22	1 ÷ ( G x <sup>2</sup> + 1 ) → S ↓		11	
23	Plot: G , S ↓		16	
24	Plot: G , 0 : Line		22	
25				
26	< Prog: 2 >			
27	Graph: 1 ÷ ( X x <sup>2</sup> + 1 )		9	
28		Prog0~2計	174	
メモリー内容	A a	H	O	V
	B b	I I	P	W
	C 2m	J	Q	X グラフ用変数
	D h=(b-a)/2m	K	R	Y
	E	L	S f(x)	Z
	F	M	T ループ用カウンタ	
	G	N	U	

# 操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

EXE

1 EXE

3 EXE

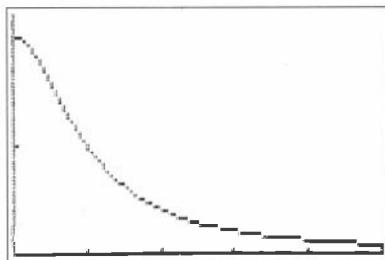
EXE

4 0 EXE

EXE

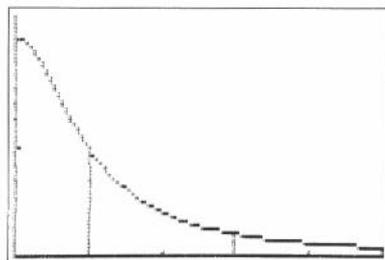
G↔T

〈表 示〉



A = ?

1  
B = ?



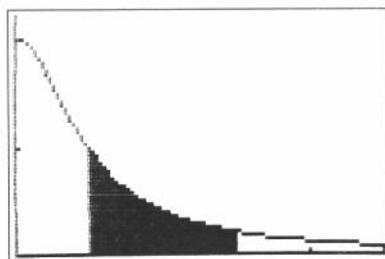
区間 a b

2 m = ?

4 0

I =

0.4636476072



積分により求めた面積を黒くぬりつぶして表示します。

(分割数が少ないと、十分に黒くぬりつぶされない場合があります。)

## 第1種ベッセル関数

### 例題

■(1)  $J_3(2.5)$

(2)  $J_5(1.1)$

を求め、 $J_3(x)$ ,  $J_5(x)$  のグラフを描きなさい。

### 解法

■第1種の  $n$  次のベッセル関数は、

$$\begin{aligned}
 J_n(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+n+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} \\
 &= \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\frac{x^2}{4})^k}{k!(k+n)!}
 \end{aligned}$$

です。

まず、 $x > 0$ ,  $n > 0$  の値を入力して、 $J_n(x)$  の値を求めます。

次に、 $n > 0$  の値を入力して、このとき  $x$  を  $0 \sim 15$  まで変化させてグラフを描きます。

# プログラム

行	(MODE 2 に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ステップ	
1	< Prog: 0 >	P <sub>0</sub> -P <sub>1</sub> 計269		
2	Range: 0 , 1 5 , 2 , (-) 1 , 1 , 0 .		15	
3	2 5 : Lbl: 1 : Mcl: ↵		23	
4	" X " ? → T : " n " ? → S ↵		37	
5	T = 0 ⇒ Goto: 2 : T → Z : Goto: 3 ↵		51	
6	Lbl: 2 : 1 5 → Z ↵		59	
7	Lbl: 3 : Prog: 1 : T = 0 ⇒ Goto: 4 ↵		72	
8	" J = " ▲		77	
9	Y ▲		79	
10	0 → A ~ R : Goto: 1 ↵		88	
11	Lbl: 4 : Plot: Z , Y : Z - 0 . 5 → Z		103	
12	: 0 → A ~ R : Z > 0 ⇒ Goto: 3 ↵		117	
13	Plot: 0 , 0 ▲		122	
14	Goto: 1		124	
15	< Prog: 1 >			
16	Z ÷ 2 → A : A x <sup>2</sup> → C ↵		11	
17	S → F : S → Q ↵		19	
18	Q = 1 ⇒ Goto: 2 : Q - 1 → L ↵		32	
19	Lbl: 1 : Q L → Q : L - 1 → L ↵		46	
20	L ≥ 1 ⇒ Goto: 1 ↵		53	
21	Lbl: 2 : Q → I : I x <sup>-1</sup> → O ↵		65	
22	Lbl: 3 : D + 1 → D : E + 1 → E ↵		80	
23	F + 1 → F : I F E → I ↵		92	
24	C ≠ D ÷ I → R ↵		100	
25	Frac ( D ÷ 2 ) ≠ 0 ⇒ (-) R → R ↵		114	
26	O + R → O ↵		120	
27	O = J ⇒ Goto: 4 : O → J : Goto: 3 ↵		134	
28	Lbl: 4 : A ≠ S × O → Y		144	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# 操 作 例

## 〈キー操作〉

Prog 0 EXE

2.5 EXE

3 EXE

EXE

EXE

1.1 EXE

5 EXE

EXE

EXE

0 EXE

3 EXE

(少し時間がかかる)

(0, 0) にポインタがあるのでカーソルキーを使えば、グラフデータの近似値が得られます。

EXE

0 EXE

5 EXE

## 〈表 示〉

X ?

2.5

n ?

3

J =

0.216600391

X ?

1.1

n ?

5

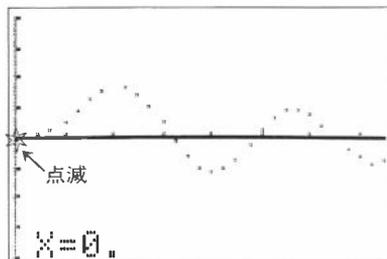
J =

3.987098831E-04

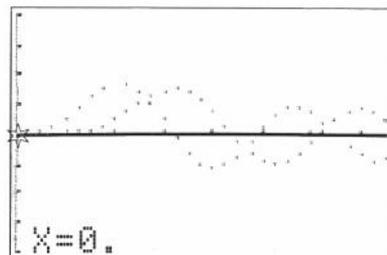
X ?

0

n ?



X ?



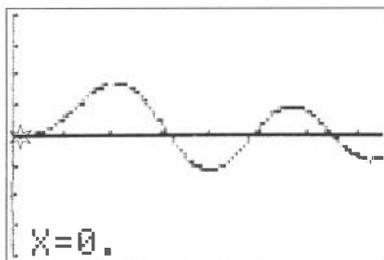
■Prog 0 の11行目、

$Z-0.5 \rightarrow Z$  を

$Z-0.1 \rightarrow Z$  と変更するとグラフ

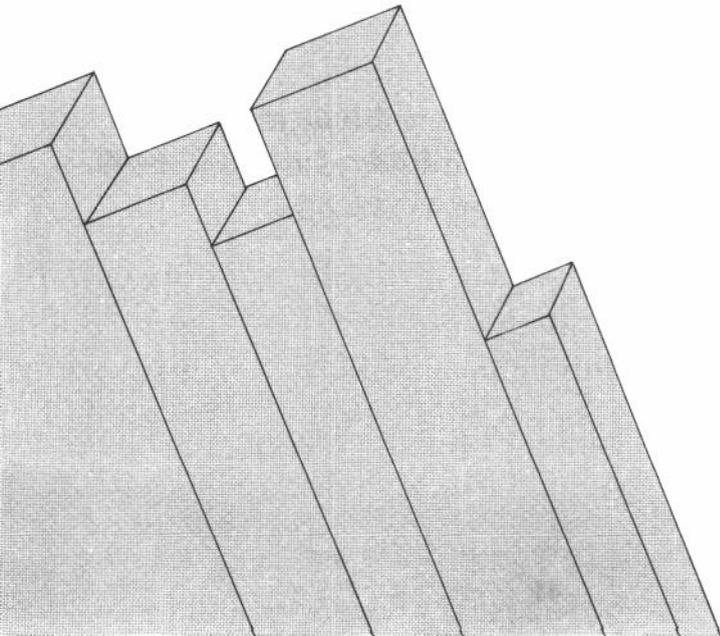
が連続的になります。

$n=3$  のとき



第 2 章

統計



## 度数分布表

### 例題

- ある場所で通行人の年齢について調査を行なったところ、下の表のようになりました。各時間帯の通行人の年齢について、年齢層ごとの通行者数を度数分布表に表わしなさい。

時間帯 年齢層	9時～12時	13時～16時	17時～20時	計
～20才	51	67	34	152
21～30才	62	11	71	144
31～40才	47	8	51	106
41～50才	35	5	27	67
51～60才	29	21	9	59
61才～	3	17	4	24

### 解説

- 各時間帯においてどのような年齢層の人が多いかを見るには、年齢層を  $x$  軸にとり、通行者数を  $y$  軸にとった度数分布表をつくればよい。その際、時間帯についての重層ヒストグラムにするとよいでしょう。

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <small>2</small> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ				
1	SHIFT MODE X	SD2モード					
2	Defm: 6 : Mcl: : Scl: ↵		7				
3	Range: 0 , 6 , 1 , 0 , 2 0 0 , 2 0		22				
4	↵		23				
5	3 → A ↵		27				
6	Lbl: 1 ↵		30				
7	0 → B ↵		34				
8	Lbl: 2 ↵		37				
9	" D A T A " ? → C ↵		47				
10	B ; C DT ↵		52				
11	B + 1 → B ↵		58				
12	B ≤ 5 ⇒ Goto: 2 ↵		65				
13	Graph: ↵		67				
14	A - 1 → A ↵		73				
15	" SPACE SPACE SPACE SPACE SPACE SPACE SPACE SPACE SPACE T ⇒ G " ▲		88				
16	A キ 0 ⇒ Goto: 1		94				
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
メモリー内容	A	時間帯のカウンタ	H		O		V
	B		I		P		W
	C		J		Q		X
	D		K		R		Y
	E		L		S		Z
	F		M		T		
	G		N		U		

操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

5 1 EXE

6 2 EXE

9時～12時の  
データを入力する。⋮

3 EXE

G↔T

EXE

6 7 EXE

13時～16時の  
データを入力する。⋮

G↔T

〈表 示〉

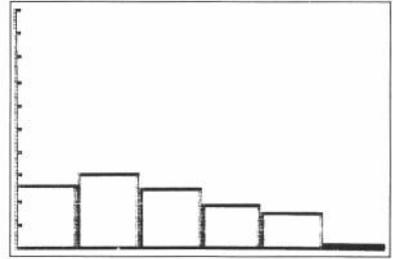
DATA ?

5 1  
DATA ?

6 2  
DATA ?

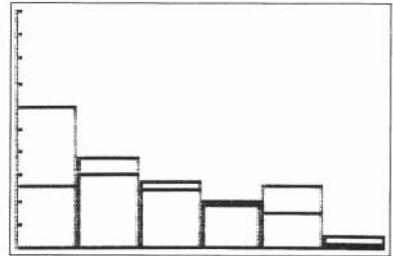
⋮  
3

T⇒G  
-Disp-



DATA ?

6 7  
DATA ?  
⋮



〈キー操作〉

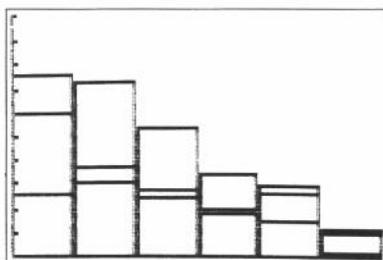
EXE  
3 4 EXE  
⋮

17時～20時の  
データを入力する。

G↔T

〈表示〉

DATA ?  
3 4  
DATA ?  
⋮



### 解説・発展

■ 13行を Graph Line に変えると折れ線グラフを表示するプログラムになります。

また、午後の時間帯を黒く塗りつぶした、より見やすい表示にするには、午後のデータのグラフを描く時、1人分のデータを入力するたびにグラフを描くようにプログラムを変えるとよいでしょう。

## 減価償却計算

## 例題

- 減価償却の方法は、耐用年数の全期間を通じて一定額の償却を行なう「定額法」と、初期に償却額を多くとり年々償却額が逡減する「定率法」の2種類があります。

残存価額を取得価格の10%として、取得価額5000万円、耐用年数6年、初年度稼働月数9ヶ月として、年度別の償却額を定率法で求めなさい。

## 解法

- (1)定額法

$$\text{年度償却額} = \frac{\text{取得価額} - \text{残存価額}}{\text{耐用年数}}$$

$$\text{初年度の償却額} = \text{年度償却額} \times \frac{\text{稼働月数}}{12}$$

- (2)定率法

$$\text{償却率} = 1 - \sqrt[n]{\frac{\text{残存価額}}{\text{取得価額}}} \quad (\text{ただし、残存価額} \neq 0)$$

$$\text{初年度の償却額} = \text{取得価額} \times \text{償却率} \times \frac{\text{稼働月数}}{12}$$

# プログラム

行	(MODE [2] に続いて下の命令の順にキーを押す)				プログラム	実行内容	ライン
1	<	Prog: 0	>				
2	"	K A K A K U "	? →	K ↵			12
3	Lbl	1 :	" N E N "	? →	N ↵		24
4	Frac	N キ 0 ⇒	Goto 1 :	N ≤ 0 ⇒	Goto 1 ↵		39
5	N	- 1 →	M ↵				45
6	Lbl	2 :	" G E S S U U "	? →	G ↵		60
7	G	≤ 0 ⇒	Goto 2 :	G > 1 2 ⇒	Goto 2 ↵		75
8	Lbl	3 :	" T E I G A K U "	→	1 " ↵		90
9	"	T E I R I T U	→	2 " ? →	T ↵		105
10	T	= 1 ⇒	Goto 4 :	T = 2 ⇒	Goto 6 :	Goto	120
11	3	↵					122
12	Lbl	4 :	. 9 K ÷	N →	A ↵		133
13	Prog	3 ▲	A G ÷	1 2 →	B ▲		144
14	Prog	4 ▲	K -	B →	C ▲		153
15	Prog	1 :	Prog 2	↵			159
16	M	= 0 ⇒	Goto 8	↵			166
17	Lbl	5 :	Prog 3 ▲	A ▲			174
18	Prog	4 ▲	C -	A →	C ▲		183
19	Prog	2	↵				186
20	Dsz	M :	Goto 5 :	Goto 8	↵		195
21	Lbl	6 :	Int ( 1 0 0 0 N	$\sqrt{\quad}$ . 1 + .			210
22	5	) ÷	1 0 0 0 →	D ↵			220
23	Prog	3 ▲	K ( 1 -	D ) G ÷	1 2 →	B	235
24	▲						236
25	Prog	4 ▲	K -	B →	C ▲		245
26	Prog	1 :	Prog 2	↵			251
27	M	= 0 ⇒	Goto 8	↵			258
28	Lbl	7 :	Prog 3 ▲	C ( 1 -	D ) →	B ▲	273
メモリー内容	A		H		O		V
	B		I		P		W
	C		J		Q		X
	D		K		R		Y
	E		L		S		Z
	F		M		T		
	G		N		U		

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <small>2</small> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ				
1	Prog: 4    ◀    C    D    →    C    ▶		281				
2	Prog: 2    ↵		284				
3	Dsz: M    :    Goto: 7    ↵		290				
4	Lbl: 8		292				
5							
6	< Prog: 1 >						
7	Deg:    :    Range: 1    ,    9    5    ,    0    ,    1    ,    6    3    ,		15				
8	0    ↵		17				
9	Graph: 3    2    +    √    (    2    8    x <sup>2</sup> -    (    X    -    4    8		32				
10	)    x <sup>2</sup> )    ↵		36				
11	Graph: 3    2    -    √    (    2    8    x <sup>2</sup> -    (    X    -    4    8		51				
12	)    x <sup>2</sup> )    ↵		55				
13	Plot: 4    8    ,    3    2    :    Plot: 4    8    ,    6    0    :    Line		70				
14							
15	< Prog: 2 >						
16	9    0    -    3    6    0    (    K    -    C    )    ÷    K    →    E		15				
17	↵		16				
18	Plot: 4    8    ,    3    2    ↵		23				
19	Plot: 4    8    +    2    8    cos    E    ,    3    2    +    2    8    sin		38				
20	E    ↵		40				
21	Line: ▶		42				
22							
23	< Prog: 3 > :						
24	"    S    Y    O    U    "		6				
25							
26	< Prog: 4 >						
27	"    B    O    K    A    "		6				
28		Prog0 ~4計	416				
メモリー内容	A	毎年の償却額 (定額法)	H		O		V
	B	償却額	I		P		W
	C	残存価額	J		Q		X
	D	償却率 (定率法)	K	取得価額	R		Y
	E	中心角	L		S		Z
	F		M	N-1	T	方法	
	G	初年度稼働月数	N	耐用年数	U		

操 作 例

<キー操作>

Prog 0 [EXE]

5 0 0 0 [EXE]

6 [EXE]

9 [EXE]

2 [EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

⋮

順次2年目以降が  
表示されます。

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

6年目

<表 示>

KAKAKU ?

5 0 0 0

NEN ?

6

GESSUU ?

9

TEIGAKU-1

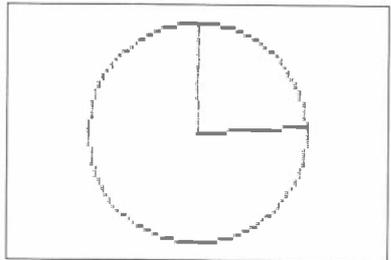
TEIRITU-2 ?

SYOU

1196.25

BOKA

3803.75

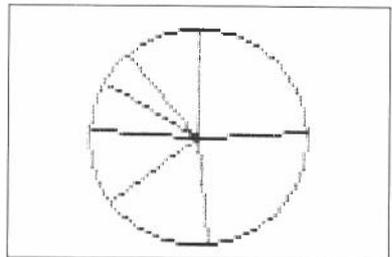


SYOU

260.9703068

BOKA

557.1184292



## 2項定理

---

### 例題 1

- $(ax+by)^n$  の展開式の  $x^k y^{n-k}$  の項の係数を求めなさい。

### 解法 1

- 2項定理から

$$(ax+by)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^k b^{n-k} x^k y^{n-k}$$

です。したがって  $x^k y^{n-k}$  の係数は  ${}_n C_k a^k b^{n-k}$  です。

# プログラム 1

行	( <small>[MORE]</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	" N = " ? → N ↵		8	
2	0 → K ↵		12	
3	Lbl 1 ↵		15	
4	N x' ÷ ( ( N - K ) x' × K x' ) →		30	
5	C ↵		32	
6	" K = " ▲		37	
7	K ▲		39	
8	" C = " ▲		44	
9	C ▲		46	
10	K + 1 → K ↵		52	
11	K ≤ N ⇒ Goto 1 ↵		59	
12	" E N D "		64	
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C <small>nCk</small>	J	Q	X
	D	K k	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N n	U	

# 操作例 1

## 〈キー操作〉

n=3 とします。

Prog 0 [EXE]

3 [EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

⋮

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

[EXE]

順次 [EXE] を  
押すと係数が  
表示されます。

## 〈表示〉

N = ?

3

K =

0.

C =

1.

⋮

K =

3.

C =

1.

END

## 例題 2

■ 2項級数の展開式は

$$(1+x)^\alpha = 1 + \binom{\alpha}{1}x + \binom{\alpha}{2}x^2 + \binom{\alpha}{3}x^3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k}x^k \dots \textcircled{1}$$

です。

$\alpha=1, 2, 3, 4, 5$  について、グラフを描きなさい。

## 解法 2

■ ①はすべての一定の実数 $\alpha$ と、区間  $-1 < x < 1$  内のすべての  $x$  に対して成り立ちます。

# プログラム 2

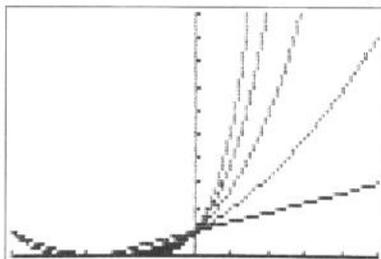
行	( <small>(MODE)</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	Range: (-) 2 , 2 , 0 . 4 , 0 , 1 0 ,		15	
2	1 ↵		17	
3	0 → A ↵		21	
4	Lbl: 1 ↵		24	
5	1 + A → A ↵		30	
6	Graph: ( 1 + X ) $\alpha$ A ↵		39	
7	A < 5 ⇒ Goto 1		45	
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A $\alpha$	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

## 操作例 2

〈キー操作〉

**Prog** 0 **EXE**

〈表示〉



## 発展問題

- 例題1で2項係数を計算し、得られた係数を使って①の展開式にあてはめ、 $n=3$ の近似式について、 $\alpha=1, 2, 3, 4, 5$ のグラフを描き、操作例2のグラフと比較してみてください。

## 2項分布

### 例題

■ 2項分布、 $B(n, p) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x(1-p)^{n-x}$

において、 $n, p$  に次の値を入れたときのグラフを描き、さらに正規分布  $N(np, np(1-p))$  を求めなさい。

- (1)  $n=10, p=0.1$
- (2)  $n=10, p=0.5$
- (3)  $n=10, p=0.8$

### 解法

■ 2項分布の期待値と分散は

$$E[X] = np$$

$$V[X] = np(1-p)$$

で与えられます。

2項分布は  $x$  が  $0, 1, 2, 3 \dots$  という、とびとびの値しかとれない離散分布です。

$B(n, p)$  は  $np \geq 5$  かつ  $n(1-p) \geq 5$  であれば正規分布  $N(np, np(1-p))$  で近似できます。

プログラムは  $n, p$  の入力後  $B(n, p)$  のグラフを SD2 モードで棒グラフに、さらに正規分布曲線  $N(np, np(1-p))$  を描きます。

ただし、SD2 モードでは  $x^y$  関数が使えないので

$p^x(1-p)^{n-x} = \exp[x \ln p + (n-x) \ln(1-p)]$  なる関係を用いました。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">SHIFT</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">X</span>	SD2モード		
2	Defm: 1 1 : Mcl : Scl ↵		8	
3	" N = " ? → M ↵		16	
4	" P = " ? → P ↵		24	
5	0 → X ↵		28	
6	Lbl 1 ↵		31	
7	M x! × e <sup>x</sup> ( X × ln P + ( M - X )		46	
8	× ln ( 1 - P ) ) ÷ ( ( M - X )		61	
9	x! × X x! ) → A ↵		69	
10	X ; A DT ↵		74	
11	X + 1 → X ↵		80	
12	X ≤ M ⇒ Goto 1 ↵		87	
13	Range: 0 , M , 1 , 0 , 0 . 5 , 0 .		102	
14	2 5 ↵		105	
15	Graph ▲		107	
16	Graph Line 1		110	
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモ リ 内 容	A P(x)	H	O	V
	B	I	P Pの値	W
	C	J	Q	X xの値
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M nの値	T	
	G	N	U	

# 操作例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

1 0 EXE

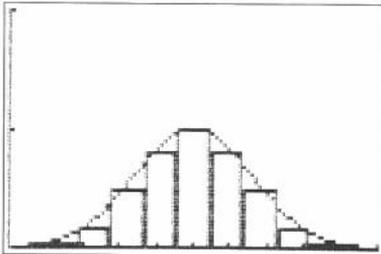
0.1 EXE

EXE

EXE

以下(2)(3)についても同様に行ないます。

(2)  $n=10, P=0.5$

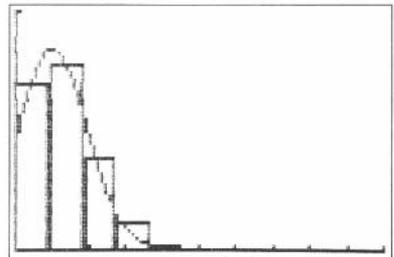
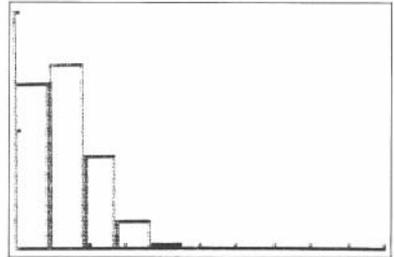


〈表示〉

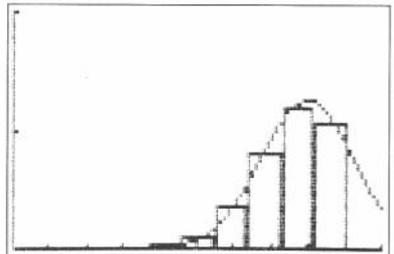
$N = ?$

1 0

$P = ?$



(3)  $n=10, P=0.8$



- 2項分布は品質管理の分野では、一般に不良率  $p$  としてよく使われます。また、計数値の解析でも、非常に重要な分布です。

## ポアソン分布

### 例 題

■  $x=0, 1, 2, \dots$  とするとき、次の分布をポアソン分布といいます。

$$P(x) = e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

ただし、 $m > 0$  です。

$m=2$  のときの  $P(x)$  のグラフを描き、この場合の  $P(5)$  の値を求めなさい。

### 解 法

■ プログラムは SD2 モードで棒グラフを描き、そのあとに、 $x$  を入力することで  $P(x)$  の値を表示します。

SD2 モードでは  $x^y$  関数が使えないので

$$e^{-m} m^x = e^{-m} e^{x \ln m} = e^{-m + x \ln m}$$

とします。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Z</span> ) に続いて下の命令の順にキーを押す	プログラム	実行内容	ステップ			
1	SHIFT MODE	×	SD2モード				
2	Defm. 1	1 : Mcl : Scl	↵	8			
3	" M = "	? → M	↵	16			
4	Lbl 1	↵		19			
5	$e^x$ ( (-) M + X × ln M ) ÷ X	$x!$ → A		34			
6	↵			35			
7	X ; A	DT	↵	40			
8	X + 1	→ X	↵	46			
9	X ≤ 1	0 ⇒ Goto 1	↵	54			
10	Range 0	, 1 1 , 1 , 0 , 0 . 4 , 0		69			
11	. 1	↵		72			
12	Graph	▲		74			
13	" X = "	? → R	↵	82			
14	$e^x$ ( (-) M + R × ln R ) ÷ R	$x!$ → P		97			
15	↵			98			
16	" P = "	▲ P		104			
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
メモリー内容	A	P(x)の値 (グラフ用)	H		O		V
	B		I		P	P(x)の値	W
	C		J		Q		X $x$ の値 (グラフ用)
	D		K		R	$x$ の値 (入力用)	Y
	E		L		S		Z
	F		M	mの値 (入力用)	T		
	G		N		U		

操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

2 EXE

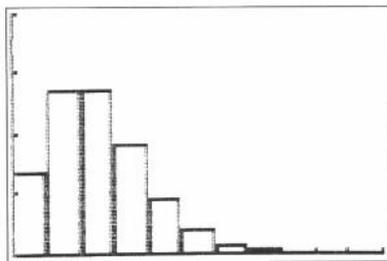
EXE

5 EXE

EXE

〈表 示〉

M = ?



X = ?

P =

3.524356334

■ポアソン分布は、2項分布  $B(n, P)$  において  $nP=m$  を一定にしたままで  $n \rightarrow \infty$  とすると得られる極限の分布です。

したがって、2項分布において  $P$  が極めて小さく、 $n$  が十分大きい場合に対応し、期待値と分散は

$$E[x]=n$$

$$V[x]=m$$

となり  $E[x]=V[x]$  となることが特徴です。

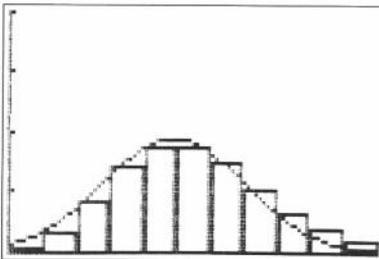
ポアソン分布は  $m$  が大きくなるにつれて、ほぼ  $m$  を中心とする左右対称に近い分布となります。

$m \geq 5$  であれば正規分布で近似しても実用上問題はありません。この場合  $\mu=m, \sigma^2=m$  とします。

■ $m=5$  として、プログラムを実行し、さらに正規分布曲線を描きます。

**Prog** 0 **EXE** 5 **EXE** .....棒グラフ表示

**AC** **Graph** **SHIFT** **Line** 1 **EXE** .....正規分布曲線



$P(x)$  と正規分布曲線とがほとんど一致していることがわかります。

■ $m=3, 7$  についても、同じように試してみましょう。

## 実験データの検証

### 例題

■ 右の表は、ある実験によって得られたデータです。

このデータのばらつき具合を確認して、相関係数を求め、回帰直線を引いてください。

$x=60$  の場合に、 $y$  のとる値を推測してください。

また、 $y=3+\frac{3}{4}x$  という理論式と比較してください。

No.	X	Y	No.	X	Y
1	2	6	11	9	9
2	3.5	6.5	12	8	5
3	8	8	13	8.5	10
4	12	11	14	6	3
5	15	13	15	2	5
6	20	15	16	10.5	9.2
7	10	9	17	12	10
8	11	12	18	12	6
9	9.5	6	19	9	6
10	10	12	20	9.5	10

### 解法

■  $n$  個ある実験データを入力し、グラフにデータをプロットすることで、そのデータのばらつき方を確認します。また、そのときの相関係数  $r$  を求めます。

次に、このデータで回帰直線 ( $y=A+Bx$ ) を引くための、定数項  $A$  と回帰係数  $B$  を求め、回帰直線を引きます。

そして、推測か理論かを入力することで、それぞれの処理を行ないます。

1 : 推測…… “X” を入力することで、このときの  $y$  の値を上記  $A, B$  より求め表示するとともに、グラフ上にもプロットポイントを出します。

2 : 理論……理論式 ( $y=A'+B'X$ ) の  $A', B'$  を入力することで、そのグラフを実験データのグラフ上に重ねて描き検討します。

■ 次のプログラムでは、LR2 モードが中心となりますが、LR モードにない  $\Rightarrow, \Rightarrow, Dsz$  を使うために、COMP モードのプログラムをサブルーチン化しています。また、 $n \geq 2$  とします。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	< Prog: 0 >			
2	<span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">SHIFT</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">÷</span>	LR2モード		
3	Range: (-) 2 , 2 0 , 2 , (-) 2 , 2 0 ,		15	
4	2 : Scl : Mcl: ⏏		21	
5	" D A T A SPACE N O SPACE K A Z U " ?		36	
6	→ N ⏏		39	
7	Prog: 1 ▲		42	
8	" r " ▲		46	
9	r ▲		48	
10	" A " ▲		52	
11	^ ▲		54	
12	" B " ▲		58	
13	B ▲		60	
14	^ → A : B → B ⏏		68	
15	Graph Line: 1 ▲		72	
16	Prog: 3		74	
17				
18	< Prog: 1 >			
19	<span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">+</span>	COMPモード		
20	Lbl: 1 ⏏		3	
21	" X - D A T A " ? → X ⏏		15	
22	" Y - D A T A " ? → Y ⏏		27	
23	Prog: 2 : Dsz: N : : Goto: 1		35	
24				
25	< Prog: 2 >			
26	<span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">SHIFT</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">÷</span>	LR2モード		
27	X , Y DT		4	
28				
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <small>2</small> に続いて下の命令の順にキーを押す)	プログラム	実行内容	ライン		
1	<	Prog: 3	>			
2	<small>MODE</small> <small>+</small>		COMPモード			
3	Lbl: 1	↵		3		
4	"	S U I = 1 ↵ R I R O N = 2 "		18		
5	?	→ Z ↵		22		
6	Z = 1 ⇒ Goto: 2 :	Z = 2 ⇒ Goto: 3 :	Goto	37		
7	1 ↵			39		
8	Lbl: 2	↵		42		
9	"	X = " ? → X : A + B X → Y ↵		57		
10	"	Y = " ▲		62		
11	Y	▲		64		
12	Plot: X ,	Y ▲		69		
13	Goto: 1	↵		72		
14	Lbl: 3	↵		75		
15	"	A = " ? → C : " B = " ? → D		90		
16	↵			91		
17	Graph: C +	D X ▲		97		
18	Goto: 1			99		
19						
20			Prog 0~3 計	212		
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
メモリー内容	A	^	H	O	V	
	B	≡	I	P	W	
	C	理論式のA	J	Q	X	グラフ X 座標
	D	理論式のB	K	R	Y	グラフ Y 座標
	E		L	S	Z	選択用フラグ
	F		M	T		
	G		N	データ数, ループ用カウンタ	U	

## 操 作 例

〈キー操作〉

**Prog** 0 **EXE**

( $n \geq 2$ であること) 2 0 **EXE**

順次 x, y データを  
入力します

1 0 **EXE**

**G $\leftrightarrow$ T**

20データがほぼ中央あたりにかたまって分布していることがわかります。



ちりばり方の確認

**EXE**

**EXE**

**EXE** を順次押すと、 $A=3.27303358$   
 $B=0.5666097515$ が表示されます。

**EXE**

回帰直線を描きます

**EXE**

2 を選択し、 $A=3$ ,  $B=3 \div 4$  を入力すると右図のグラフとなります。また 1 を選択し、 $X=60$  を入力すると、 $Y=37.26961867$  を表示します。

〈表 示〉

DATA NO KAZU?

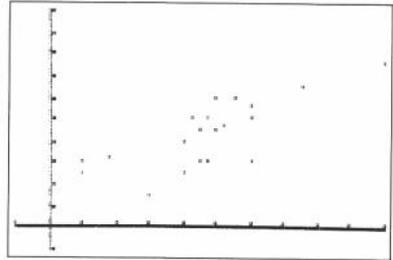
2 0

X-DATA?

⋮

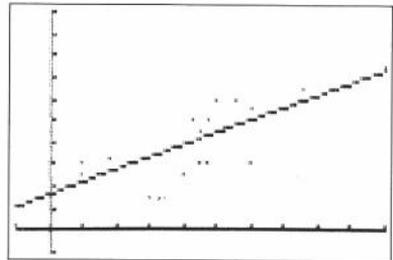
1 0

9.5

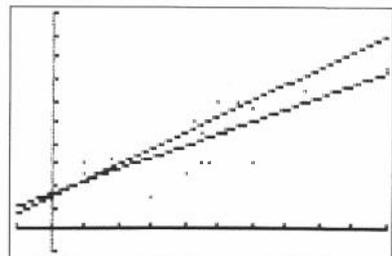


r

0.7564254289



SUI = 1, RIRON = 2 ?



## 母平均の検定

### 例題

- ある学年から、ランダムに10人を選びテストの結果を調べたところ、  
56, 47, 51, 61, 40, 42, 45, 50, 57, 71  
でした。

これを正規母集団  $N(\mu, 10^2)$  からの標本値とみなして、帰無仮説  $H_0: \mu = 50$  を検定してください。ただし、有意水準は 0.05、対立仮説は  $H_1: \mu \neq 50$  とします。

### 解法

- 母標準偏差がわかっている場合、統計量  $u_0$  は

$$u_0 = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

で求められます。

あとは危険率  $\alpha$  の場合の  $u(\alpha)$  (ここでは  $\alpha = 0.05$  より  $u(\alpha) = 1.96$ ) と  $|u_0|$  を比較すればよいでしょう。

$|u_0| < u(\alpha)$  ならば、 $H_0$  は棄却できません。

$|u_0| \geq u(\alpha)$  ならば、 $H_0$  は棄却できます。

また母平均の信頼限界は、次のようになります。

$$\text{上限: } \mu_U = \bar{x} + u(\alpha) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{下限: } \mu_L = \bar{x} - u(\alpha) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

グラフによりサンプルの分布の形と、母平均の信頼限界およびその検定結果がどのようなになるかを知ることは重要です。

# プログラム

行	(MODE) 2 に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ライン	
1	SHIFT MODE <input type="checkbox"/>	SD2モード		
2	Defm: 1 0 ↓		4	
3	Range: (-) 5 , 1 0 0 , 1 0 , (-) 2 , 1		19	
4	0 , 1 ↓		23	
5	Scl ↓		25	
6	" N = " ? → A ↓		33	
7	Lbl: 1 ↓		36	
8	" D A T A " ? → B : B ; 1 DT ↓		51	
9	A - 1 → A ↓		57	
10	A ≠ 0 ⇒ Goto 1 ↓		64	
11	" $\bar{x}$ = " ▲ $\bar{x}$ ▲		71	
12	" $\sqrt{V}$ " ? → C ↓		79	
13	" $\mu$ " ? → D ↓		86	
14	( $\bar{x}$ - D ) ÷ C × $\sqrt{W}$ → E ▲		99	
15	$\sqrt{(E \times E)} \leq 1 . 9 5 9 \Rightarrow "$ =		114	
16	H " ▲		117	
17	$\sqrt{(E \times E)} \geq 1 . 9 6 0 \Rightarrow "$ ≠		132	
18	H " ▲		135	
19	Graph: Line ↓		138	
20	1 . 9 6 × C ÷ $\sqrt{D}$ → F ↓		150	
21	Plot: D + F , 0 : Plot: D + F , 1 0 ↓		165	
22	Line ↓		167	
23	Plot: D - F , 0 : Plot: D - F , 1 0 ↓		182	
24	Line		193	
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A データ数	H	O	V
	B データ	I	P	W データ数(Aの初期値)
	C 母平均標準偏差	J	Q	X
	D 母平均	K	R	Y
	E 統計量 $u_0$	L	S	Z
	F 信頼限界の幅	M	T	
	G	N	U	$\bar{x}$

# 操 作 例

## 〈キー操作〉

Prog 0 EXE

1 0 EXE

5 6 EXE

4 7 EXE

⋮

7 1 EXE

EXE

EXE

1 0 EXE

5 0 EXE

EXE

EXE

順次データを  
入力します

## 〈表 示〉

N = ?

1 0

DATA ?

5 6

DATA ?

4 7

DATA ?

⋮

7 1

$\bar{x} =$

52.

$\sqrt{V} ?$

1 0

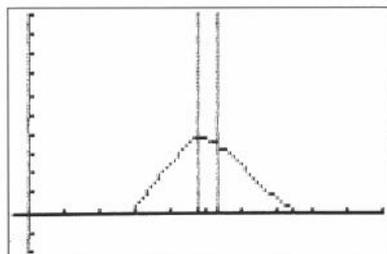
$\mu ?$

5 0

0.632455532

= H

(=H … H<sub>0</sub> を棄却できない場合  
≠H … H<sub>0</sub> を棄却する場合



■母平均がわかっていない場合は、統計量

$$t = \frac{\bar{x} - u_0}{\sqrt{v/n}}$$

を  $t(n-1, \alpha)$  と比較することにより、検定できます。

## 母平均の推定

### 例題

- 母集団から大きさ  $n$  の標本を1つとり出し、その平均（標本平均）を  $\bar{x}$ 、標準偏差（標本標準偏差）を  $S$  とします。このとき、母集団の平均  $m$  については次の式が成り立ちます。

$$P = \left( \bar{x} - 1.96 \frac{S}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{S}{\sqrt{n}} \right) = 0.95 \dots \textcircled{1}$$

ここで実際にランダム関数を用いて母集団を適当につくり、そこから大きさ  $m$  の標本を10回取り出し、その各々の場合について区間  $\left[ \bar{x} - 1.96 \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1.96 \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$  をグラフで示し、それらの区間のうちで母集団の実際の平均  $m$  を含む個数を数えあげて①式を調べるプログラムを作成します。

### 解法

- ①式を満たすために各統計量、

$\bar{x}, s, n, m$

が必要となります。これはデータを統計モードで入力すると自動的に集計がなされますので、これを利用します。

母集団は Ran# 関数で発生させ、統計モードのデータとして入力します。そのうち最初から  $m$  個入力したところで統計量をメモリーにストアしておき、これを大きさ  $m$  の標本の統計量として用います。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> [2] に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">SHIFT</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">X</span>	SD2モード		
2	Defm: 1 : 0 : ↵		4	
3	Range: (-) : 1 : 0 , 1 : 1 : 0 , 1 : 0 , (-) : 1 : 0		19	
4	, 1 : 1 : 0 , 1 : 0 ↵		27	
5	Scl : " N = " ? → A ↵		37	
6	0 → F : 1 : 0 → G ↵		46	
7	Lbl 1 : Cls ↵		51	
8	1 : 0 : 0 × Ran# → B : B ; 1 DT ↵		64	
9	W = A ⇒ $\bar{x}$ → C ↵		72	
10	W = A ⇒ $x_{gn-1}$ → D ↵		80	
11	W ≦ 1 : 0 : 0 ⇒ Goto: 1 ↵		89	
12	1 . 9 : 6 × D ÷ √ A → E : Graph Line ↵		104	
13	Plot C + E , 0 : Plot C + E , 5 : 0 ↵		119	
14	Line ↵		121	
15	Plot C - E , 0 : Plot C - E , 5 : 0 ↵		136	
16	Line : G - 1 → G ↵		146	
17	$\bar{x}$ ≧ C + E ⇒ Goto: 2 ↵		153	
18	$\bar{x}$ ≦ C - E ⇒ Goto: 2 ↵		162	
19	F + 1 → F ↵		168	
20	" μ → O K ▲ G ▲		177	
21	Goto: 3 ↵		180	
22	Lbl 2 ↵		183	
23	" μ → X ▲ G ▲		191	
24	Lbl 3 : Scl ↵		196	
25	G ≧ 1 ⇒ Goto: 1 ↵		203	
26	" R A T I O = " ▲		212	
27	F ÷ 1 : 0		216	
28				
メモリー内容	A 標本のサイズ	H	O	V
	B 母集団のデータ	I	P	W
	C 標本の平均	J	Q	X 母集団のデータ個数
	D 標本の標準偏差	K	R	Y
	E 推定区間の幅	L	S	Z
	F 推定の正しかった回数	M	T	
	G 試行回数	N	U	

# 操作例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

5 EXE

EXE

G↔T

(乱数を使つての計算のため右図とは異なるグラフになります。)

EXE

G↔T

順次、繰り返します。

⋮

EXE

G↔T …グラフをみます

G↔T …テキスト画面に戻ります

EXE

(乱数を使つての計算のため、いろいろな割合の値をとります。)

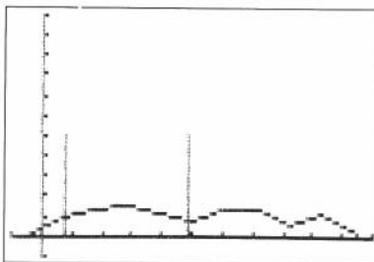
〈表示〉

N = ?

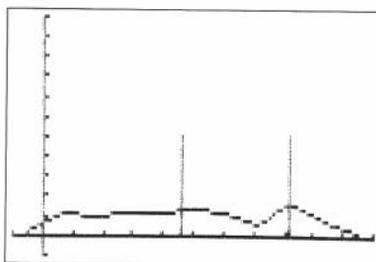
5 …しばらく計算します

$\mu \rightarrow OK$  …推定区間内の場合

残りの試行回数… 9.



$\mu \rightarrow X$  …推定区間外の場合  
8.



⋮

$\mu \rightarrow OK$   
残りの試行回数… 0.

RATIO =  
母平均が推定範囲内であった割合 0.6

■このプログラムでは、8行目の

$100 \times \text{Ran}\# \rightarrow B$

によってデータを発生させていますので

$100 \times \text{Ran}\#^2 \rightarrow B$

と変えることにより、母集団の分布を変えられます。

また、標本の大きさと母平均の推定の正しさの割合について、統計をとって、どのような関係があるか考えてみましょう。

## $\bar{x}$ -R 管理図

### 例題

■いま、ある機械から大量に製造される部品をサンプリングし、直径をはかることで、この部品の品質管理をしたい。毎時間5個のサンプリングを7時間実施したデータ（下表）から  $\bar{x}$ -R 管理図を描き、管理限界について検討してください。（ただし、測定値は末尾3桁、単位cm）

	1	2	3	4	5	6	7
1	2.38	2.39	2.60	2.35	2.40	2.47	2.26
2	2.26	2.45	2.84	2.34	2.50	2.52	2.38
3	2.42	2.29	2.77	2.28	2.40	2.41	2.21
4	2.30	2.18	2.55	2.29	2.62	2.26	2.29
5	2.21	2.24	2.65	2.41	2.20	2.29	2.26

### 解法

■平均値を中心に、その統計量の標準偏差の3倍を上下の値にとって管理限界を決める管理図を  $3\sigma$  管理図といいます。  
サンプリングの単位ごとのサンプルの数を群の大きさといい  $n$  で表わします。  
 $\bar{x}$  の期待値  $E(\bar{x})$  と標準偏差  $D(\bar{x})$  は、

$$E(\bar{x}) = \mu, D(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \dots\dots ①$$

また、R の分布の期待値  $E(R)$  と標準偏差  $D(R)$  は、

$$E(R) = d_2\sigma, D(R) = d_3\sigma \dots\dots ②$$

②から  $\sigma = E(R)/d_2$ 、したがって①は  $D(\bar{x}) = \frac{1}{d_2\sqrt{n}} E(R)$  となります。

$E(\bar{x}) = \bar{\bar{x}}$  (総平均)、 $E(R) = \bar{R}$  とすると、

$$\bar{x} \rightarrow E(\bar{x}) \pm 3D(\bar{x}) \doteq \bar{\bar{x}} \pm \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \dots\dots ③$$

同様に、②から  $D(R) = \frac{d_3}{d_2} E(R)$

$$R \rightarrow E(R) \pm 3D(R) \doteq \bar{R} \pm 3 \frac{d_3}{d_2} \bar{R} = (1 \pm 3 \frac{d_3}{d_2}) \bar{R} \dots\dots ④$$

■この問題では  $n=5$  です。

また、 $d_2, d_3$  は、管理図用係数表（ $3\sigma$ 法）で  $n=5$  の値を調べますと、 $d_2=2.326, d_3=0.864$  です。

したがって③式から、 $\bar{x}$  については、

$$\text{上方管理限界線} : \bar{x} + \frac{3}{2.326\sqrt{5}} \bar{R}$$

$$\text{下方管理限界線} : \bar{x} - \frac{3}{2.326\sqrt{5}} \bar{R} \quad (\text{負になるときは} 0 \text{とする})$$

となります。

また、④式から、 $R$  については、

$$\text{上方管理限界線} : (1 + 3 \frac{0.864}{2.326}) \bar{R}$$

$$\text{下方管理限界線} : (1 - 3 \frac{0.864}{2.326}) \bar{R}$$

となります。

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	Range: 0 , 8 , 1 , 0 , 3 , 0 . 3 ↵		15	
2	0 → U : 0 → V : 0 → R ↵		27	
3	Lbl: 1 ↵		30	
4	0 → O : 0 → T ↵		38	
5	1 EXP 3 8 → Q : (-) Q → P ↵		50	
6	Lbl: 2 ↵		53	
7	" X = " ? → X ↵		61	
8	X ≧ P ⇒ X → P ↵		69	
9	X ≧ Q ⇒ X → Q ↵		77	
10	T + X → T : U + X → U ↵		89	
11	O + 1 → O ↵		95	
12	O ≧ 4 ⇒ Goto: 2 ↵		102	
13	P - Q + R → R ↵		110	
14	P - Q → A [ V ] ↵		119	
15	T ÷ 5 → H [ V ] ↵		128	
16	V + 1 → V : V ▲		136	
17	V ≧ 6 ⇒ Goto: 1 ↵		143	
18	0 → V ↵		147	
19	Plot: 1 , H [ 0 ] ↵		155	
20	Lbl: 3 ↵		158	
21	V + 1 → V ↵		164	
22	Plot: V + 1 , H [ V ] : Line: ↵		176	
23	V ≧ 5 ⇒ Goto: 3 ↵		183	
24	U ÷ 3 5 → X : R ÷ 7 → R ↵		196	
25	2 . 3 2 6 × √ 5 → W ↵		207	
26	0 → V : X + 3 R ÷ W → Y ↵		220	
27	X - 3 R ÷ W → Z ↵		229	
28	Lbl: 4 ↵		232	
メモ リ 内 容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	(MODE 2) に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ステップ
1	Plot: 0, Y: Plot: 8, Y: Line: ↵		244
2	Plot: 0, Z: Plot: 8, Z: Line: ▲		256
3	0 → V: Plot: 1, A [ 0 ] ↵		268
4	Lbl: 5: V + 1 → V ↵		277
5	Plot: V + 1, A [ V ]: Line: ↵		289
6	V ≤ 5 ⇒ Goto: 5 ↵		296
7	3 × 0 . 8 6 4 × R ÷ 2 . 3 2 6		311
8	→ W: ↵		314
9	Plot: 0, W + R: Plot: 8, W + R ↵		328
10	Line: ↵		330
11	Plot: 0, W - R: Plot: 8, W - R ↵		344
12	Line		345
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			

メモリー内容	A	A[0]:P-Q	H	H[0]: $\bar{x}$	O	カウンタ	V	カウンタ (群内)
	B	A[1] "	I	H[1] "	P	群内最大値	W	ワーク
	C	A[2] "	J	H[2] "	Q	群内最小値	X	データ
	D	A[3] "	K	H[3] "	R	(P-Q)の合計	Y	管理上限値
	E	A[4] "	L	H[4] "	S		Z	管理下限値
	F	A[5] "	M	H[5] "	T	群内計		
	G	A[6] "	N	H[6] "	U	総合計		

# 操作例

## 〈キー操作〉

Prog 0 [EXE]

2.38 [EXE]

2.26 [EXE]

⋮

2.21 [EXE]

[EXE]

2.39 [EXE]

⋮

順次入力します

2.26 [EXE]

[EXE]

[EXE]

## 〈表示〉

X = ?

2.38

X = ?

2.26

X = ?

⋮

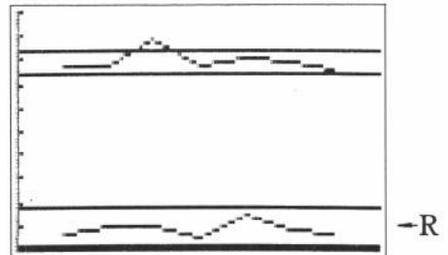
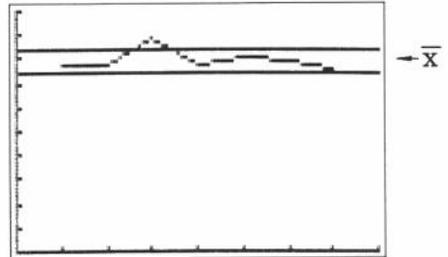
2.21 第一群のデータ入力完了を示します ..... 1.

X = ?

2.39

⋮

-Disp-



- $\bar{x}$  のグラフから、3番目のデータが管理はずれを起こしているのがわかります。

ここでは、 $x$  と  $R$  を対比して描くために、グラフとしては、変化がはっきりしないくらいがあります。別々に表示してレンジを変えるか、データを  $R$  のレンジに近づくように適当な数を引いてやればよいでしょう。

また、もっとデータの量が多い場合は、データ入力ごとにプロットしていくプログラムにすれば問題はありません。

## 極限值のある傾向値

### 例題

■ 右の表は、国鉄の営業キロ数を、5年単位の時系列で表わしたものです。

このデータは、成長率が時間とともに減少します。このロジスチック傾向線を描きなさい。また、3点法を使って、極限值を求めロジスチック曲線をグラフにしなさい。

No	年	国鉄営業キロ数
1	1910年	7,791キロ
2	15	9,746
3	20	10,913
4	25	13,246
5	30	15,311
6	35	17,138
7	40	18,400
8	45	19,620
9	50	19,786
10	55	20,093
11	60	20,482
12	65	20,754
13	70	20,890

### 解法

■ ロジスチック傾向線は

$$T = \frac{1}{a + bc^t} \quad a > 0, b > 0, 0 < c < 1 \quad \dots\dots ①$$

です。これは、一定の極限值をもち、曲線の相対増加率は時間とともに減少します。

①のa, b, c を  $a = \frac{1}{K}, b = \frac{m}{K}, c = e^{-r} \dots\dots ②$

とおきかえると①は

$$T = \frac{K}{1 + me^{-rt}} \quad \dots\dots ③$$

③で  $r > 0$  ならば  $t = -\infty$  で  $T = 0$ ,  $t = +\infty$  で  $T = K$  です。

K は T の極限值であり、T は 0 から K に向かって増加します。

■ 3点法は、時間  $t$  軸上に等間隔の3点、 $t_1, t_2, t_3$  をとり、

$$t_1 = 0, t_2 = n, t_3 = 2n \dots\dots \textcircled{4}$$

として、対応する曲線の高さを  $T_0, T_1, T_2$  とします。

①の逆数をとると、

$$\frac{1}{T} = a + bc^t \dots\dots \textcircled{5}$$

⑤に④を代入して

$$\left. \begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{T_0} = a + b \\ S_1 &= \frac{1}{T_1} = a + bc^n \\ S_2 &= \frac{1}{T_2} = a + bc^{2n} \end{aligned} \right\} \dots\dots \textcircled{6}$$

となります。⑥より

$$\left. \begin{aligned} c^n &= \frac{S_2 - S_1}{S_1 - S_0} \\ b &= \frac{S_1 - S_0}{c^n - 1} = \frac{(S_1 - S_0)^2}{S_0 + S_2 - 2S_1} \\ a &= S_0 - b = \frac{S_0 S_2 - S_1^2}{S_0 + S_2 - 2S_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots \textcircled{7}$$

また、②は

$$K = \frac{1}{a}, m = \frac{b}{a} \dots\dots \textcircled{8}$$

と書けます。

■ 表の No.1~3 の平均値を  $S_0$ , No.6~8 の平均値を  $S_1$ , No.11~13 の平均値を  $S_3$  として⑦を使って計算します。グラフは①より、極限值は⑧より得られます。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">0000</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	Range: (-) : 1 , 1 4 , 1 , 0 , 2 2 0 0		15	
2	0 , 2 0 0 0 0 ↵		22	
3	0 → I : 0 → H ↵		30	
4	Lbl 1 ↵		33	
5	I + 1 → I ↵		39	
6	" D A T A = " ? → D ↵		50	
7	Plot: I , D ↵		55	
8	I > 1 ⇒ Line: ▲		61	
9	D + H → H ↵		67	
10	I = 3 ⇒ ( H ÷ 3 ) $x^{-1}$ → S ↵		80	
11	I = 8 ⇒ ( H ÷ 3 ) $x^{-1}$ → T ↵		93	
12	I = 1 3 ⇒ ( H ÷ 3 ) $x^{-1}$ → U ↵		107	
13	I = 5 ⇒ 0 → H ↵		115	
14	I = 1 0 ⇒ 0 → H ↵		124	
15	I < 1 3 ⇒ Goto: 1 ↵		132	
16	Lbl 2 ↵		135	
17	( U - T ) ÷ ( T - S ) → C ↵		149	
18	( T - S ) ÷ ( C - 1 ) → B ↵		163	
19	S - B → A ↵		169	
20	A $x^{-1}$ → K : K ▲		176	
21	Range (-) : 2 , 2 , 0 . 5 , 0 , 2 2 0		191	
22	0 0 , 2 0 0 0 0 ↵		199	
23	Graph: K ↵		202	
24	Graph: ( A + B × C $x^2$ X ) $x^{-1}$		213	
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A a <sup>n</sup> の値	H 小計用	O	V
	B bの値	I カウンタ	P	W
	C cの値	J	Q	X t
	D 入力用	K Kの値	R	Y
	E	L	S S <sub>0</sub> の値	Z
	F	M	T S <sub>1</sub> の値	
	G	N	U S <sub>2</sub> の値	

**操 作 例**

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

7 7 9 1 EXE

9 7 4 6 EXE

EXE

1 0 9 1 3

EXE

順次入力します：

2 0 8 9 0

EXE

EXE

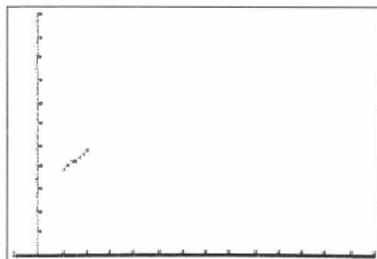
EXE

〈表 示〉

DATA = ?

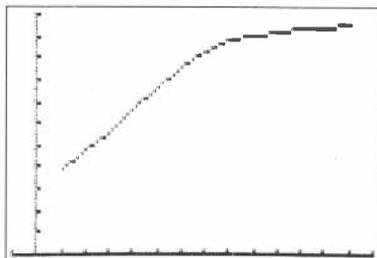
7791

DATA ?

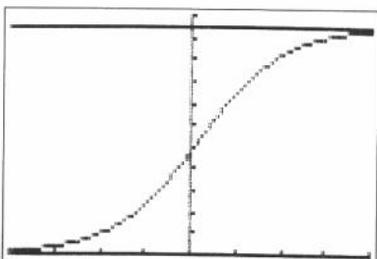


DATA = ?

2 番目のデータ以降、テキスト画面とグラフィック画面を交互に表示



国鉄営業キロ数のロジスチック傾向線  
極限值…… 21069.8222



ロジスチック曲線

■③式を微分しますと、

$$\frac{dT}{dt} = rT\left(1 - \frac{T}{K}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = r\left(1 - \frac{T}{K}\right) \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

$dt \rightarrow \Delta t$ ,  $dT \rightarrow \Delta T$ ,  $\Delta t = 1$ ,  $\alpha = r$ ,  $\beta = \frac{r}{K}$  とおくと、⑨は

$$\frac{\Delta T}{T} = \alpha - \beta T \dots\dots\dots \textcircled{10}$$

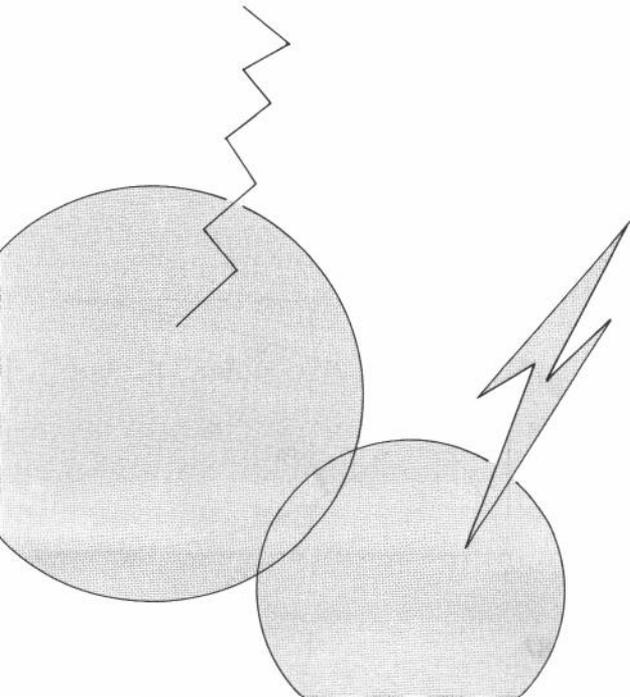
となります。

⑩は横軸に  $T$ 、縦軸に  $\frac{\Delta T}{T}$  をとればロジスチック曲線の成長率は  $T$  に対し減少直線となります。

このことから、例題のデータを使って隣り合うデータの差をとって増加分を計算し、LR2モードを使って回帰直線を描かせ、⑩を検証することができます。

第 3 章

電氣・電子



## RC 回路のパルス応答

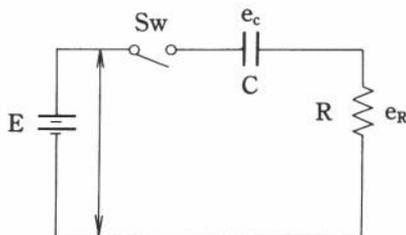
### 例 題

■RC の直列回路に直流電圧  $e$  を突然印加しますと（このときの瞬時電流を  $i$ ） $R$ 、 $C$  の両端の瞬時電圧  $e_R$ 、 $e_C$  は

$$\begin{cases} e_R = iR = RC \frac{de_C}{dt} \\ e_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{RC} \int e_R dt \dots \textcircled{1} \\ e = e_R + e_C \end{cases}$$

となります。

$e_R$ 、 $e_C$  の時間による変化を、グラフで示しなさい。



### 解 法

■初期条件  $t=0$ 、 $e_C=0$  として①を解けば、

$$e_R = e \cdot \exp(-t/RC)$$

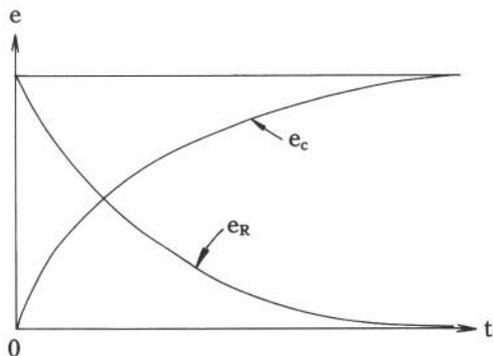
$$e_C = e(1 - \exp(-t/RC))$$

となります。

また  $\tau$  は時定数で、

$$\tau = RC$$

となります。



# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ
1	Lbl: 0 ↵		3
2	" E = " ? → E ↵		11
3	E ≤ 0 ⇒ Goto: 0 ↵		18
4	Lbl: 1 ↵		21
5	" R = " ? → R ↵		29
6	R ≤ 0 ⇒ Goto: 1 ↵		36
7	Lbl: 2 ↵		39
8	" C = " ? → C ↵		47
9	C ≤ 0 ⇒ Goto: 2 ↵		54
10	Range: 0 , 4 R C , R C , 0 , E , 0		69
11	. 1 E ↵		73
12	Graph: E ( e <sup>x</sup> ( (-) X ÷ ( R C ) ) ) ▲		88
13	Graph: E ( 1 - e <sup>x</sup> ( (-) X ÷ ( R C ) ) )		103
14	) ▲		105
15	" E N D "		110
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			

メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C コンデンサ容量	J	Q	X
	D	K	R 抵抗値	Y
	E 電圧	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# 操作例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

8 0 EXE

5 0 EXE

0.2 EXE

EXE

EXE

〈表示〉

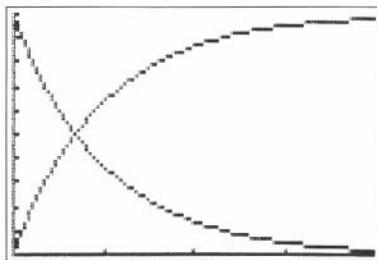
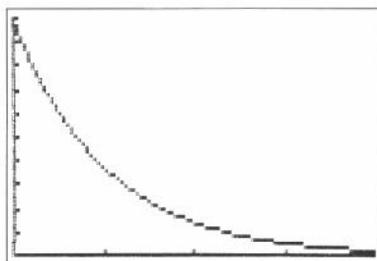
E = ?

8 0

R = ?

5 0

C = ?



END

## RLC 直列回路の共振

### 例 題

- 右図のような直列RLC 回路において

$$v = V \sin(2\pi ft)$$

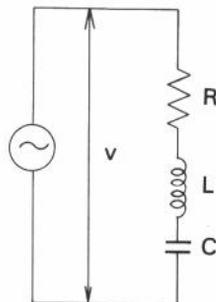
$$V = 5 \text{ [V]}$$

$$R = 1 \text{ [K}\Omega\text{]}$$

$$L = 0.1 \text{ [H]}$$

$$C = 0.001 \text{ [\mu F]} \text{ とします。}$$

周波数  $f$  [Hz] を変化させたときの電流の最大値  $I$  を調べ、共振周波数  $f_0$  [Hz] を求めなさい。



### 解 法

- 直列 RLC 回路のインピーダンス  $Z$  [ $\Omega$ ] は

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \text{ で与えられます。}$$

ただし、 $\omega = 2\pi f$  は角振動数 [rad/s] です。

したがって流れる電流の最大値は

$$I = \frac{V}{Z} = V / \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \text{ です。}$$

共振周波数  $f_0$  は  $I$  が最大になるとき  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  のときの周波数で

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ により与えられます。}$$

# プログラム

行	(MODE [2] に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ステップ	
1	Cls ↓		2	
2	" V [ V ] = " ? → V ↓		13	
3	" R [ K O H M ] " ? → R : 1 EXP		28	
4	3 R → R ↓		33	
5	" L [ H ] = " ? → L ↓		44	
6	" C [ μ F ] = " ? → C : 1 EXP (-)		59	
7	6 C → C : V ÷ R → I ↓		70	
8	( 2 π √ ( L C ) ) x <sup>-1</sup> → F ↓		83	
9	Range: 0 , 4 π F , π F , 0 , 1 . 5		98	
10	I , 0 . 5 I ↓		105	
11	Graph V ÷ √ ( R x <sup>2</sup> + ( L X - ( C X		120	
12	) x <sup>-1</sup> ) x <sup>2</sup> ) ▲		126	
13	" F = " ▲		131	
14	F ▲		132	
15	" I = " ▲		137	
16	I		138	
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H	O	V 電圧 V
	B	I 電流 I	P	W
	C キャパシタンス C	J	Q	X
	D	K	R 抵抗 R	Y
	E	L リアクタンス L	S	Z
	F 周波数 f	M	T	
	G	N	U	

## 操 作 例

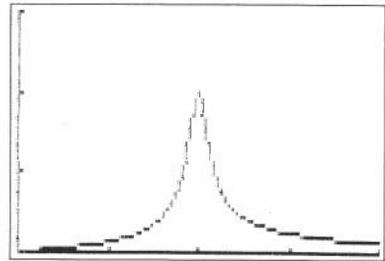
〈キー操作〉

Prog 0 [EXE]  
 5 [EXE]  
 .1 [EXE]  
 0.1 [EXE]  
 0.001 [EXE]

[EXE]  
 [EXE]  
 [EXE]  
 [EXE]

〈表 示〉

V [V] = ?  
 5  
 R [KOHM] = ?  
 1  
 L [H] = ?  
 0.1  
 C [ $\mu$ F] = ?



F =  
 15915.49431  
 I =  
 5.E-03

## 解説・発展

■ R, L, C の値をいろいろ変化させて、ピークの幅が変化することを確認してみます。たとえば、 $C=1$  [ $\mu$ F] とするとピークの幅は非常に大きくなり、共振は  $f_0$  だけでなく、ピークの幅を表わす Q 値を調べないと同調回路を作れないことがわかります。

## 振幅変調

### 例 題

- 振幅変調とは搬送波の振幅  $A_c$  を変調信号に比例して変化させる方法です。いま、搬送波を  $v_c = A_c \sin \omega_c t$  とし、これを変調信号波  $v_m = A_m \sin \omega_m t$  で変調したときと被変調波  $v_{AM}$  は

$$\begin{aligned} v_{AM} &= (A_c + A_m \sin \omega_m t) \sin \omega_c t \\ &= A_c (1 + M \sin \omega_m t) \sin \omega_c t \quad \text{となります。} \end{aligned}$$

ただし、 $M$  は変調度です。

$\omega_c = 10$ ,  $\omega_m = 1$ ,  $A_c = 1$  のとき、 $M$  の値を 0.5, 1, 2 と変えて  $v_m$ ,  $v_c$ ,  $v_{AM}$  のグラフを描きなさい。

### 解 法

- $v_{AM}$  の包絡線は、 $A_c(1 + M \sin \omega_m t)$  ですので、 $v_{AM} \pm A_c(1 + M \sin \omega_m t)$  の3つのグラフを重ね描きします。  
まず、 $v_c$  のグラフを描き、次に  $M$  の値を読み込んで、 $A_m (= M A_c)$  を用いて  $v_m$  のグラフを、さらに  $v_{AM}$  とその包絡線のグラフを描きます。

# プログラム

行	( <small>(MORE)</small> <small>(2)</small> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム				実行内容	ページ	
1	Range	(-)	4	. 7 , 4 . 7 , 1 , (-) 3		15	
2		1 , 3 . 1 , 1	↵			23	
3	Rad	↵				25	
4	Graph	sin	1 0 X	▲		31	
5	Cls	↵				33	
6	"	M = " ? → M	↵			41	
7	Graph	M × sin	X	▲		47	
8	Cls	↵				49	
9	Graph	( 1 + M × sin X ) × sin	1 0 X	↵		64	
10	Graph	1 + M × sin X	↵			72	
11	Graph	(-)	1 - M × sin X			80	
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
メモリー内容	A		H		O		V
	B		I		P		W
	C		J		Q		X tの値
	D		K		R		Y vの値
	E		L		S		Z
	F		M	Mの値	T		
	G		N		U		

操作例

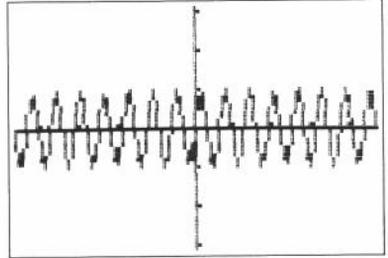
〈キー操作〉

Prog 0 EXE

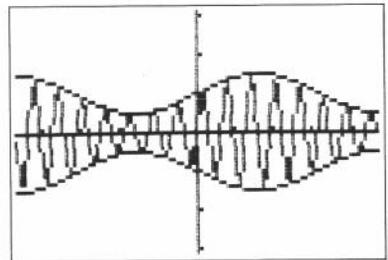
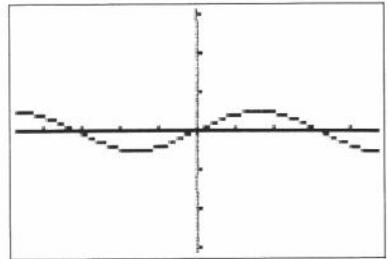
EXE  
0.5 EXE

EXE

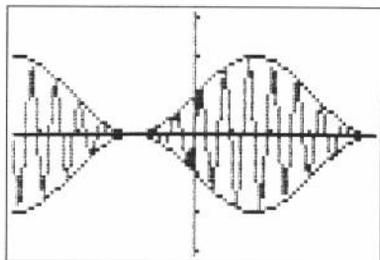
〈表示〉



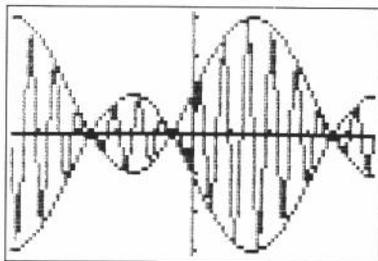
$M = ?$



M=1 のとき



M=2 のとき

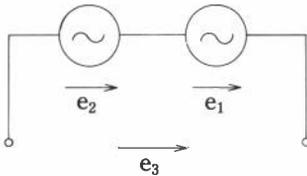


- M=2 の場合は  $v_{AM}$  の包絡線が  $v_m$  と違った波形になってしまいます。これを過変調 (over modulation) といいます。  
したがって  $0 \leq M \leq 1$  でなければなりません。特に M=1 の場合を100%変調といいます。

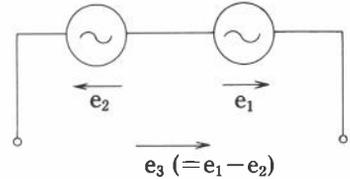
## 交流波形の和と差 (合成波)

### 例 題

■ (和)



(差)



上図のように、起電力  $e_1$  と  $e_2$  を合成した、起電力  $e_3$  の波形を図示しなさい。

### 解 法

■  $e_1, e_2$  は次式で表わされます。

$$e_1 = E_1 \sin(\omega t)$$

$$e_2 = E_2 \sin(\omega t - \vartheta) \quad (E_1, E_2 \text{ は } e_1, e_2 \text{ のそれぞれの最大値})$$

$E_1, E_2, \omega, \vartheta$  を指定して、 $e_1, e_2$  それぞれの起電力の波形と、合成した  $e_3$  の波形を表示するプログラムを考えます。

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MOOT</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">E2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	< Plog : 0 >			
2	Range: 0 , 1 5 , 3 . . 1 4 1 5 , (-) 2		15	
3	. 5 , 2 . 5 , 1 : Rad: ↵		26	
4	" E 1 = " ? → A ↵		35	
5	" E 2 = " ? → B ↵		44	
6	" W = " ? → W ↵		52	
7	" O = " ? → O ↵		60	
8	Plog : 1 ↵		63	
9	Graph: A sin W X + B sin ( W X - O ) ▲		78	
10	Cls: ↵		80	
11	Plog : 1 ↵		83	
12	Graph: A sin W X - B sin ( W X - O )		97	
13				
14	< Plog : 1 >			
15	Graph: A sin W X ↵		6	
16	Graph: B sin ( W X - O ) ▲		16	
17				
18		Prog 0-1計113		
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# 操作例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

1.5 EXE

1 EXE

$\pi \div 3$  EXE  
( $\omega$ の入力)

$\pi \div 6$  EXE  
( $\theta$ の入力)

〈表示〉

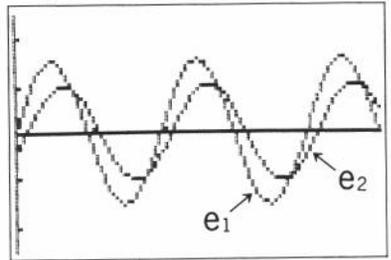
E 1 = ?

1.5  
E 2 = ?

1  
W = ?

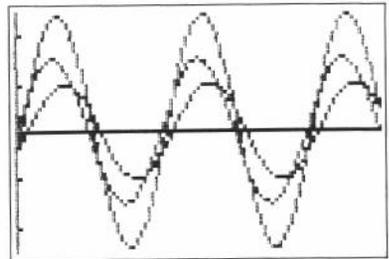
$\pi \div 3$   
O = ?

$e_1, e_2$  のグラフ



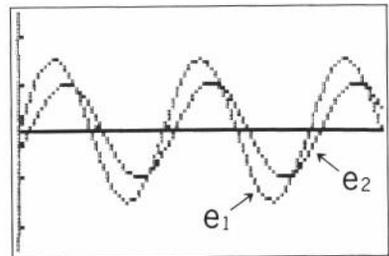
EXE

$e_1 + e_2$  のグラフ

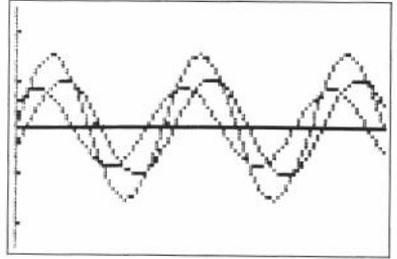


EXE

→ 同じものを描き直し



EXE



$e_1 - e_2$  のグラフ

## 電波の磁界と電界

### 例題

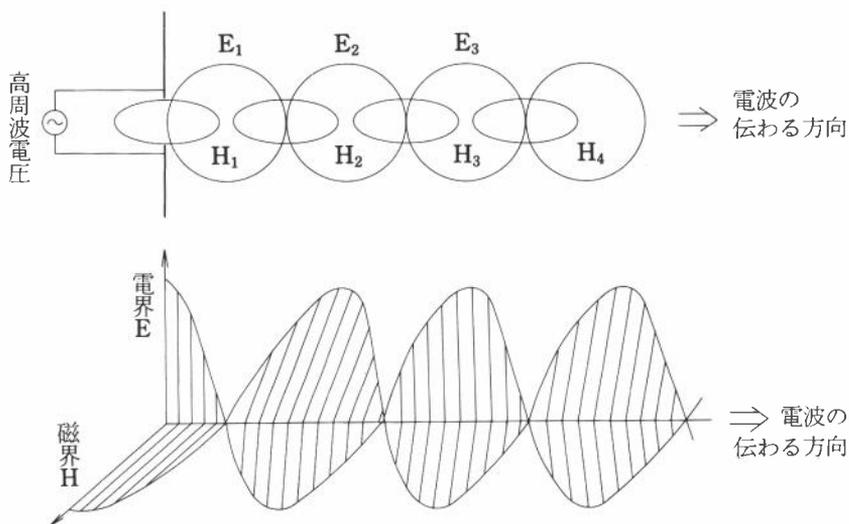
■電波の磁界と電界のようすを表示しなさい。

### 解法

■アンテナに高周波電流を流すと、アンテナのまわりには高周波磁界  $H_1$  ができ、その磁界によって高周波電界  $E_1$  が発生します。電界には変位電流が流れますので、そのまわりには、次の高周波磁界  $H_2$  ができさらに次の電界  $E_2$  をつくります。

以上のようなことが繰り返され、高周波磁界と高周波電界が互いにかからみ合いながら電波となって伝わってゆきます。

伝わる方向および電界・磁界面は各々直角となります。

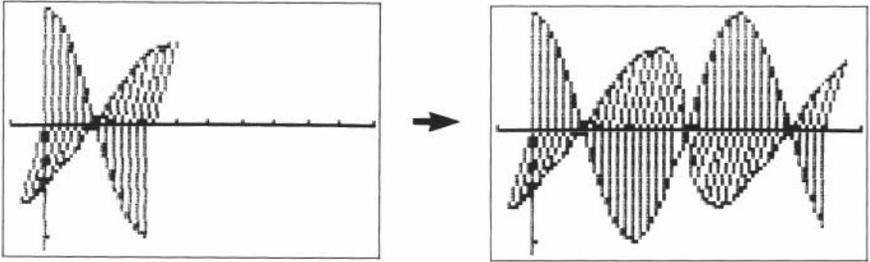


# プログラム

行	( <small>MODE</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ				
1	Rad: $\downarrow$		2				
2	Range: (-) 1 , 1 0 , 1 , (-) 1 . . . 1 , 1		17				
3	, 1 $\downarrow$		20				
4	0 $\rightarrow$ A $\downarrow$		24				
5	Lbl 1 $\downarrow$		27				
6	(-) 0 . 7 $\times$ cos A $\rightarrow$ B $\downarrow$		37				
7	Plot: B + A , B $\downarrow$		44				
8	Plot: A , 0 $\downarrow$		49				
9	Line: $\downarrow$		51				
10	A $\neq$ 0 $\Rightarrow$ Plot: E , F : Plot: A , cos A :		66				
11	Line: $\downarrow$		68				
12	A $\rightarrow$ E : cos A $\rightarrow$ F $\downarrow$		77				
13	Plot: A , cos A $\downarrow$		83				
14	Plot: A , 0 $\downarrow$		88				
15	Line: $\downarrow$		90				
16	A $\neq$ 0 $\Rightarrow$ Plot: E , F : Plot: A , cos A :		105				
17	Line: $\downarrow$		107				
18	A $\rightarrow$ E : cos A $\rightarrow$ F $\downarrow$		116				
19	A + 0 . 2 4 $\rightarrow$ A $\downarrow$		125				
20	A $\leq$ 9 $\Rightarrow$ Goto 1		131				
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
メモリー内容	A	x軸の値	H		O		V
	B	磁界方向の値	I		P		W
	C		J		Q		X
	D		K		R		Y
	E		L		S		Z
	F		M		T		
	G		N		U		

## 操作例

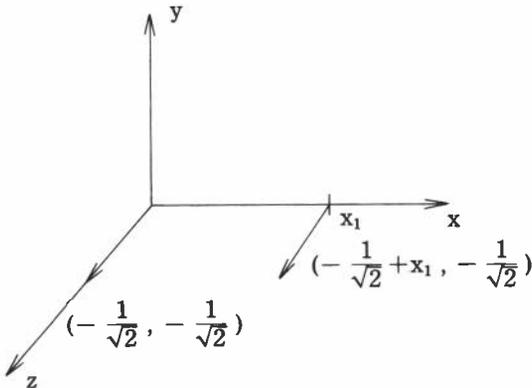
- プログラムを実行すると、電界と磁界の進んでいく様子が描かれます。実行終了後は **G⇐T** キーを押すと完成したグラフが表示されます。



## 解説・発展

- ここで用いた立体的表現は、下図のZ軸の値を x-y 座標へ

$(x, y) = (-\frac{1}{\sqrt{2}}Z + x, -\frac{1}{\sqrt{2}}Z)$  により変換したものです。



## 増幅器の周波数特性

### 例題

- $\mu$ A709型の演算増幅器は内部に位相補償を施していませんので、利得周波数特性は各段のトランジスタの周波数特性や浮遊容量の影響で、高次の周波数特性を持ちます。

普通は次式で示すように3次で特性を近似します。

$$A = \frac{A_0}{(1 + jf/f_1)(1 + jf/f_2)(1 + jf/f_3)}$$

$A_0 = 100\text{dB}$ ,  $f_1 = 10\text{kHz}$ ,  $f_2 = 500\text{kHz}$ ,  $f_3 = 5\text{MHz}$  としたときの振幅および位相特性のグラフを描きなさい。

### 解法

$$\blacksquare |A| = \frac{A_0}{\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}},$$

$$\arg A = \tan^{-1} \left( \frac{abc - a - b - c}{1 - ab - bc - ca} \right)$$

ただし、 $a = \frac{f}{f_1}$ ,  $b = \frac{f}{f_2}$ ,  $c = \frac{f}{f_3}$

x軸を log scale にするため、 $f = 10^x$ ,  $0 \leq x \leq 7$  ( $1 [\text{Hz}] \leq f \leq 10 [\text{MHz}]$ ) とします。

# プログラム

行	(MODE) 2 に続いて下の命令の順にキーを押す	プログラム	実行内容	ライン		
1	Deg	: 1 EXP 4 → A ↵		8		
2		5 EXP 5 → B : 5 EXP 6 → C ↵		20		
3	Range	0 , 7 , 1 , 0 , 1 2 0 , 2 0		35		
4		↵		36		
5	Graph	1 0 0 ÷ √ ( ( 1 + 10 <sup>x</sup> X ÷ A )		51		
6		x <sup>2</sup> × ( 1 + ( 10 <sup>x</sup> X ÷ B ) x <sup>2</sup> ) × (		66		
7		1 + ( 10 <sup>x</sup> X ÷ C ) x <sup>2</sup> ) ) ▲		78		
8	Range	0 , 7 , 1 , (-) 2 7 0 , 0 , 4		93		
9		5 ↵		95		
10		0 → X : 0 → D ↵		103		
11	Lbl	1 ↵		106		
12		10 <sup>x</sup> ( 3 X ) ÷ ( A × B × C ) - 10 <sup>x</sup>		121		
13		X ÷ A - 10 <sup>x</sup> X ÷ B - 10 <sup>x</sup> X ÷ C → V		136		
14		↵		137		
15		1 - 10 <sup>x</sup> ( 2 X ) × ( A x <sup>-1</sup> × B x <sup>-1</sup> +		152		
16		B x <sup>-1</sup> × C x <sup>-1</sup> + C x <sup>-1</sup> × A x <sup>-1</sup> ) → w ↵		167		
17	tan <sup>-1</sup>	( V ÷ W ) → Y ↵		176		
18		Y ≥ 0 ⇒ 1 → D ↵		184		
19		D = 1 ⇒ Y - 1 8 0 → Y ↵		196		
20	Plot	X , Y ↵		201		
21		X = 0 ⇒ Goto 2 ↵		208		
22	Line	↵		210		
23	Lbl	2 ↵		213		
24		X + 0 . 1 → X ↵		221		
25		X ≤ 7 ⇒ Goto 1 ↵		228		
26	Plot			229		
27						
28						
メモリー内容	A	f <sub>1</sub>	H	O	V	ワーク
	B	f <sub>2</sub>	I	P	W	ワーク
	C	f <sub>3</sub>	J	Q	X	xの値
	D	tan <sup>-1</sup> 用のフラグ	K	R	Y	A およびarg A
	E		L	S	Z	
	F		M	T		
	G		N	U		

## 操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 EXE

SHIFT Trace → ...

と押すことで座標を読みとれます

SHIFT X↔Y

で Y 座標も読めます

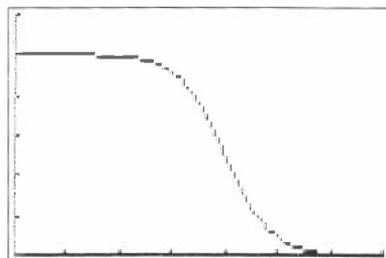
EXE

(約50秒かかる)

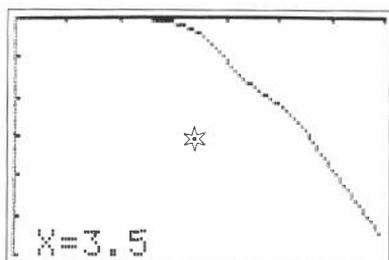
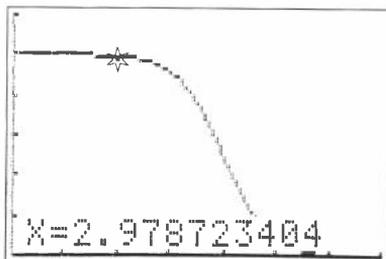
カーソルキー, SHIFT X↔Y

で、任意の X, Y 座標が読みとれます。

〈表 示〉



振幅の周波数特性



位相特性

## 解説・発展

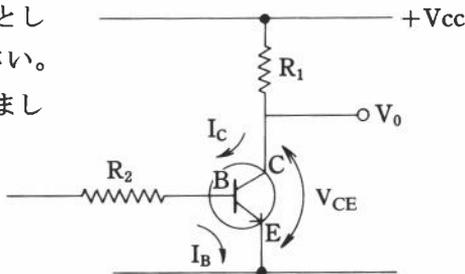
- 演算増幅器はフィルタ回路によく使われます。フィルタを設計する際には、本例題でみたように、演算増幅器にも周波数特性をもつことに注意する必要があります。このことを忘れると設計通りの特性をもつフィルタが作れない場合があります。

# トランジスタの静特性

## 例題

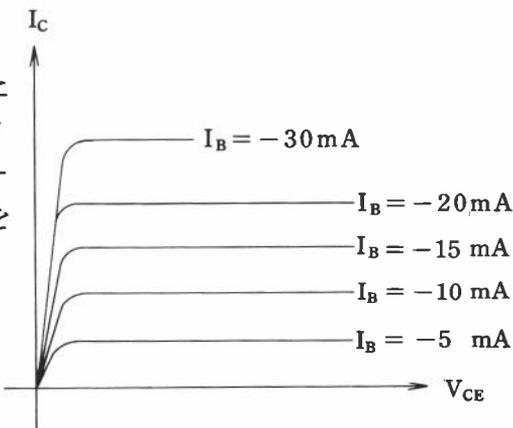
パラメータ $I_B$ (mA)	No.	$V_{CE}$ (V)					
		+0.2	+0.5	+1.0	+2.0	+3.0	+5.0
+5	1 (A)	+0.2	+0.26	+0.32	+0.37	+0.39	+0.41
+10	2 (A)	+0.5	+0.6	+0.65	+0.69	+0.71	+0.73
+15	3 (A)	+0.8	+0.9	+0.95	+0.98	+1.0	+1.02
+20	4 (A)	+1.07	+1.16	+1.2	+1.23	+1.24	+1.25

$R_1 = \frac{10}{7} \Omega$ ,  $R_2 = 1 \Omega$ ,  $V_{CC} = 1V$  として、上記データをグラフにしてください。また、負荷直線の表示もしてみましょう。



## 解法

パラメータ数とデータ数を指定したあと、 $R_1$ ,  $R_2$ ,  $V$  を入力し、データを入力します。グラフ上に入力データをプロットし、最後に負荷直線を描きます。



# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">MODE</span> 2 に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ライン			
1	Range: 0 , 5 , 1 , 0 , 1 . 5 , 0 .		15			
2	2 : Defm: 2 0 ↵		21			
3	Lbl: 8 ↵		24			
4	" P A R A M E T E R SPACE S U U "		39			
5	? → A ↵		43			
6	A ≤ 0 ⇒ Goto: 8 ↵		50			
7	Lbl: 0 : " D A T A SPACE S U U " ? →		65			
8	B ↵		67			
9	B > 2 0 ⇒ Goto: 9 ↵		75			
10	B ≤ 0 ⇒ Goto: 0 ↵		82			
11	1 → C : B → D ↵		90			
12	Lbl: 1 ↵		93			
13	" V = " ? → Z [ D ] : Dsz: D : Goto		108			
14	1 ↵		110			
15	Lbl: 2 : B → D ↵		117			
16	" P A R A M E T E R SPACE N O . "		132			
17	: C ▲		135			
18	C + 1 → C : Plot: 0 , 0 ↵		146			
19	Lbl: 3 ↵		149			
20	" I = " ? → E ↵		157			
21	Plot: Z [ D ] , E : Line: ▲		167			
22	Dsz: D : Goto: 3 ↵		173			
23	Dsz: A : Goto: 2 : Goto: 4 ↵		182			
24	Lbl: 9 : " D A T A SPACE O V E R " ▲		197			
25	Goto: 0 ↵		200			
26	Lbl: 4 : " V . C C = " ? → K ↵		214			
27	" R 1 " ? → L ↵		222			
28	Graph: (-) : L : $x^{-1}$ X + K L : $x^{-1}$		231			
メモリー内容	A	H	O	V		
	B	パラメータ数	I	P	W	
	C	データ数	J	Q	X	
	D		K	R	Y	
	E		L	$V_{cc}$	S	Z
	F		M	$R_1$	T	
	G		N	U		

操作例

〈キー操作〉

Prog 0      EXE

4            EXE

6            EXE

0.2         EXE

0.5         EXE

順次入力します：

5            EXE

EXE

0.2         EXE

EXE

0.26        EXE

順次入力します：

〈表示〉

PARAMETER SUU?

4

DATA SUU?

6

V = ?

0.2

V = ?

0.5

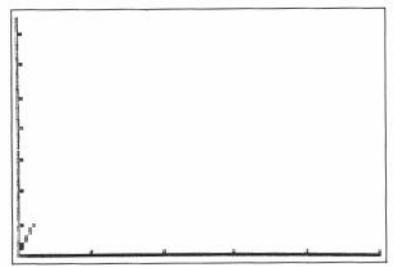
V = ?

：

5

PARAMETER NO.

1.



0.41 **EXE**

**EXE**

**EXE**

⋮

以下順に No.4 まで入力していきます。

1.25 **EXE**

**EXE**

10 ÷ 7 **EXE**

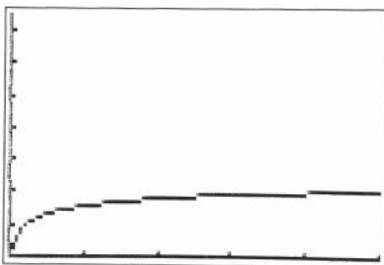
1 **EXE**

**SHIFT** **Trace**

求めたい交点にポインタを合わせます

**SHIFT** **X↔Y**

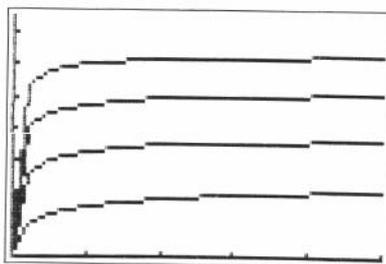
で Y 座標を求めます



PARAMETER NO.

2.

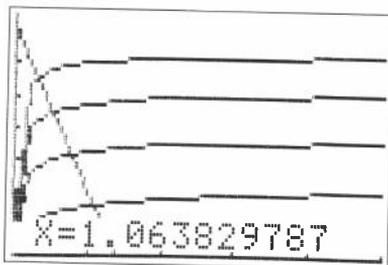
I = ?



V.CC = ?

10 ÷ 7

R1 = ?



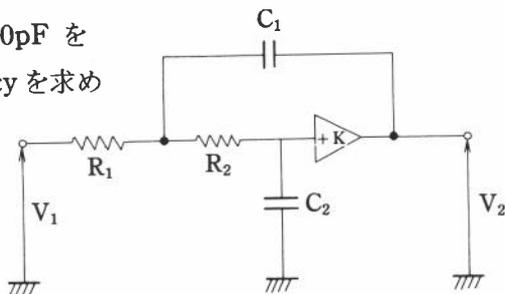
# LPF 設計

## 例題

- { Cut off frequency 200kHz  
Q=1

としたいとき、都合のよい抵抗値を  $100\text{k}\Omega$  とすると、 $C_1, C_2$  の値はいくらにすればよいでしょうか。

また、 $C_1, C_2$  として  $16.0\text{pF}, 4.0\text{pF}$  を使った場合の Cut off Frequency を求めなさい。



## 解法

- $\frac{V_2}{V_1} = \frac{H\omega_0}{S^2 + \frac{\omega_0}{Q}S + \omega_0^2}$ , 電圧利得  $K=1$

$R_1=R_2=R$  として、 $C_1, C_2$  を求めますと、

$$C_1 = \frac{2Q}{\omega_0 R}, \quad C_2 = \frac{1}{2Q\omega_0 R} \quad (\omega_0 = 2\pi f)$$

となります。

Cut off frequency  $f$  および  $Q$  (中心周波数を 3dB 帯域幅で割った量で振幅特性が  $Q$  の大きさによって変わる)、都合のよい値とした抵抗値  $R$  を入力することで、 $C_1, C_2$  を求めます。

# プログラム

行	(MODE [2] に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ライン	
1	< Prog: 0 >	Prog 0-1計265		
2	Range: 0 , 5 EXP: 5 , 1 EXP: 5 , 0 , 2 0		15	
3	, 5 ↵		18	
4	" F [ k H ] = " ? → F : F × 1		33	
5	EXP: 3 → F ↵		38	
6	" Q = " ? → Q ↵		46	
7	" R 1 = R 2 [ K ] = " ? → R :		61	
8	R × 1 EXP: 3 → R ↵		69	
9	Graph: Q ÷ ( π R X ) × 1 EXP: 1 2 ↵		83	
10	Graph: ( 4 π Q R X ) x <sup>-1</sup> × 1 EXP: 1 2 ↵		98	
11	Q ÷ ( π R F ) × 1 EXP: 1 2 → C ↵		113	
12	( 4 π Q R F ) x <sup>-1</sup> × 1 EXP: 1 2 → D		128	
13	↵		129	
14	Plot: F , C : Plot: F , D : Line: ▲		141	
15	" C 1 [ p F ] = " ▲ C ▲		153	
16	" C 2 [ p F ] = " ▲ D		164	
17				
18	< Prog: 1 >			
19	" R [ K ] = " ? → R : R × 1 EXP		15	
20	3 → R ↵		19	
21	" C 1 [ p F ] = " ? → C : C ÷		34	
22	1 EXP: 1 2 → C ↵		41	
23	" C 2 [ p F ] = " ? → D : D ÷		56	
24	1 EXP: 1 2 → D ↵		63	
25	" F [ k H ] = " ▲ ( 2 π R √ C		78	
26	D ) x <sup>-1</sup> ÷ 1 EXP: 3 ▲		86	
27	" Q = " ▲		91	
28	( 2 √ ( D ÷ C ) ) x <sup>-1</sup>		101	
メモ リ 内 容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C C <sub>1</sub>	J	Q Q	X
	D C <sub>2</sub>	K	R R(=R <sub>1</sub> =R <sub>2</sub> )	Y
	E	L	S	Z
	F f	M	T	
	G	N	U	

# 操作例

## 〈キー操作〉

—  $C_1, C_2$  を求める —

Cut off frequency の入力 **Prog** 0 **EXE**  
 の入力 2 0 0 **EXE**

(Q の入力) 1 **EXE**

( $R_1=R_2$  の入力)

1 0 0 **EXE**

F の値に対する  $C_1, C_2$  のグラフ単位は [Hz]

**EXE**

**EXE**

**EXE**

**EXE**

— Cut off frequency を求める —

**AC** **Prog** 1 **EXE**

1 0 0 **EXE**

1 6 **EXE**

4 **EXE**

Cut off frequency の値

**EXE**

Q の値

**EXE**

**EXE**

## 〈表示〉

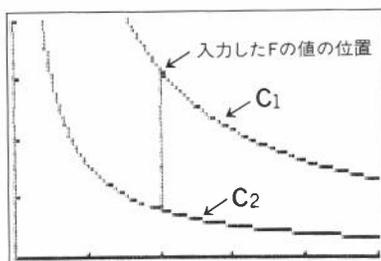
F [kH] = ?

2 0 0

Q = ?

1

R 1 = R 2 [K] = ?



C 1 [p F]

15.91549431

C 2 [p F]

3.978873577

R [K] = ?

1 0 0

C 1 [p F] = ?

1 6

C 2 [p F] = ?

4

F [kH] =

198.9436789

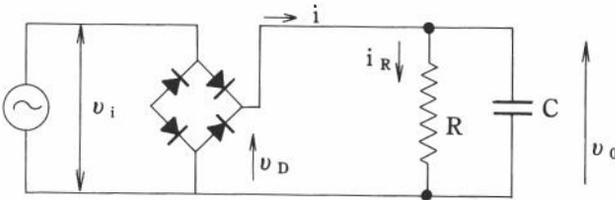
Q =

1.

## 平滑回路

### 例題

- 下図において  $v_i$  を 10 [V]、 $C$  を 500 [ $\mu$ F]、 $f$  を 50 [Hz] とし、 $R$  を 10, 100, 200 [ $\Omega$ ] の 3 段階に変えました。ダイオードの電流  $i_D$  と  $i_R$  のグラフを描き、 $i_R$  を求めなさい。



$$v_i = V_m \sin \omega t$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = 50 \text{ [Hz]}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

ただし、ダイオードは理想ダイオードとします。

### 解法

- この回路は、コンデンサの充電と放電の 2 つの場合にわけて、考えることができます。以下では  $v_D = |V_m \sin \omega t|$  が最大になります。

$t_n = \frac{T}{2}n - \frac{T}{4}$  ( $n$  は整数) のときに、コンデンサが放電し始めるという近似を行ないます。

(i)  $v_D > v_o$  のとき

$C$  は  $i_D$  により充電されます。したがってこのとき

$$i_D = (C\omega |\cos \omega t| + \frac{1}{R} |\sin \omega t|) V_m \quad i_R = \frac{V_m}{R} |\sin \omega t|$$

(ii)  $v_D < v_o$  のとき

ダイオードの電流  $i_D$  は 0 になり、 $i_R$  はコンデンサの放電により流れます。

上記の仮定により

$$i_D = 0 \quad i_R = \frac{V_m}{R} e^{-\frac{(t-t_n)}{RC}}$$

ただし  $t_n = \frac{T}{2}n - \frac{T}{4}$  ( $n$  は整数) は放電しはじめた時刻です。

また (i) (ii) とともに  $v_D = |V_m \sin \omega t|$        $v_o = Ri_R$

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <small>2</small> に続いて下の命令の順にキーを押す) プログラム	実行内容	ステップ	
1	< Prog: 0 >			
2	Rad: : Cls: $\leftarrow$		4	
3	" V [ V ] = " ? $\rightarrow$ V $\leftarrow$		15	
4	" C [ $\mu$ F ] = " ? $\rightarrow$ C : 1 EXP: (-)		30	
5	6 C $\rightarrow$ C $\leftarrow$		35	
6	" F = " ? $\rightarrow$ W : W $x^{-1}$ $\rightarrow$ T : 2 $\pi$		50	
7	W $\rightarrow$ W : " R = " ? $\rightarrow$ R $\leftarrow$		62	
8	1 6 $\rightarrow$ N : V $\div$ R $\rightarrow$ H $\leftarrow$		73	
9	Range: 0 , 1 . 5 T , 0 . 5 T , (-) 0		88	
10	. 5 H , 3 H , H $\leftarrow$		97	
11	0 $\rightarrow$ M $\leftarrow$		101	
12	Lbl: 0 $\leftarrow$		104	
13	T $\div$ ( 2 N ) $\rightarrow$ D $\leftarrow$		113	
14	0 $\rightarrow$ I : N $\div$ 2 $\rightarrow$ J $\leftarrow$		123	
15	Lbl: 1 $\leftarrow$		126	
16	0 . 5 T I + D J - T $\div$ 4 $\rightarrow$ X $\leftarrow$		141	
17	Prog: 1 $\leftarrow$		144	
18	Plot: X , Y $\leftarrow$		149	
19	X = 0 $\Rightarrow$ Goto: 2 $\leftarrow$		156	
20	Line: $\leftarrow$		158	
21	Lbl: 2 $\leftarrow$		161	
22	J + 1 $\rightarrow$ J $\leftarrow$		167	
23	J < N $\Rightarrow$ Goto: 1 $\leftarrow$		174	
24	0 $\rightarrow$ J : I + 1 $\rightarrow$ I $\leftarrow$		184	
25	X < 1 . 5 T $\Rightarrow$ Goto: 1 $\leftarrow$		194	
26	M = 1 $\Rightarrow$ Goto: 3 $\leftarrow$		201	
27	Graph: H $\times$ Abs: sin: ( W X ) $\blacktriangleleft$		211	
28	1 $\rightarrow$ M : 6 4 $\rightarrow$ N : Goto: 0 $\leftarrow$		223	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	( <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">MODE</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 1px;">2</span> ) に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ページ	
1	Lbl 3 : Plot ▲		228	
2	" I R [ V D < V C ] " ▲		240	
3	P ▲		242	
4	" I R [ V D > V C ] " ▲		254	
5	Q		255	
6				
7	< Prog: 1 >			
8	H $e^x$ ( (-) D J ÷ ( R C ) ) → P ↵		15	
9	H Abs sin ( W X ) → Q ↵		25	
10	M = 0 ⇒ Goto 2 ↵		32	
11	P ≤ Q ⇒ Goto 1 ↵		39	
12	0 → Y : Goto 3 ↵		46	
13	Lbl 1 ↵		49	
14	( C W × Abs cos ( W X ) + R $x^{-1}$ × Abs		64	
15	sin ( W X ) ) × V → Y ↵		75	
16	J ≤ N ÷ 2 ⇒ 0 → Y ↵		85	
17	Goto 3 ↵		88	
18	Lbl 2 ↵		91	
19	P > Q ⇒ P → Y ↵		99	
20	P ≤ Q ⇒ Q → Y ↵		107	
21	Lbl 3		109	
22				
23		Prog 0~1計	364	
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A	H V ÷ R	O	V (入力) 電圧
	B	I 制御変数	P $i_R (v_D < v_C)$	W 周波数, 角振動数
	C キャパシタンス	J "	Q $i_R (v_D > v_C)$	X
	D きざみ幅	K	R 抵抗	Y
	E	L	S	Z
	F	M 0 → $i_R$ , 1 → $i_D$	T 周期	
	G	N 一周期当りのきざみ数	U	

# 操 作 例

## 〈キー操作〉

Prog 0 [EXE]

1 0 [EXE]

5 0 0 [EXE]

5 0 [EXE]

1 0 [EXE]

$y = |\sin x|$  のグラフと比較することで、  
平滑度がわかります。

[EXE]

カーソルキー、[SHIFT] [X↔Y] で任意の  
x 座標、y 座標が求められます。

( $V_D < V_C$  のときの  $i_R$ ) [EXE]

[EXE]

( $V_D > V_C$  のときの  $i_R$ ) [EXE]

[EXE]

[EXE]

⋮

## 〈表 示〉

V [V] = ?

1 0

C [ $\mu$ F] = ?

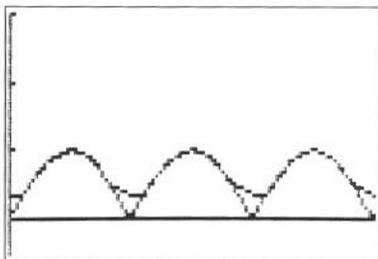
5 0 0

F = ?

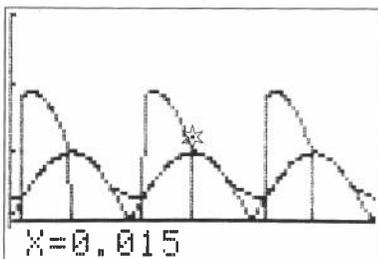
5 0

R = ?

$i_R$  のグラフ



$i_D$  のグラフ



I R [VD < VC]

0.1396312863

I R [VD > VC]

0.9987954562

V [V] = ?

fx-6000G, 6500G の場合、

9 行目 : Range 0, 1.5T, 0.5T, (-)H, 2H, H ←

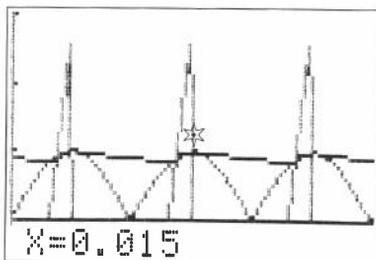
### 〈キー操作〉

### 〈表示〉

以下、同じように  $V_m$ ,  $C$ ,  $F$  の値を入力し、 $R=100$ ,  $R=200$  の場合についてもグラフを描けます。

R=100 の場合 1 0 0

⋮  
[EXE]  
[EXE]



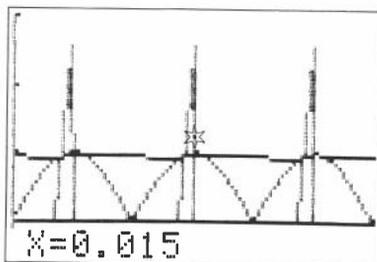
I R [VD < VC]  
0.08212932886

I R [VD > VC]  
0.09987954562

R=200 の場合

2 0 0

⋮  
[EXE]  
[EXE]



I R [VD < VC]  
0.04531261658

I R [VD > VC]  
0.04993977281

### 解説・発展

■ リップル率 =  $\frac{(v_0 \text{の最大値}) - (v_0 \text{の最小値})}{(v_0 \text{の最大値})} \times 100(\%)$ ,

$v_0 = Ri_R$  だから、グラフから  $i_R$  の最大値、最小値を読みとれば、

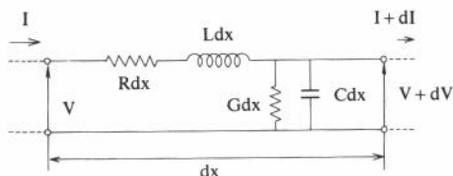
$R \times \frac{(i_R \text{の最大値}) - (i_R \text{の最小値})}{i_R \text{の最大値}} \times 100$  により、

リップル率が求められます。

# 分布定数回路

## 例題

- $R=167 [\Omega/\text{km}]$
- $L=0.49 [\text{mH}/\text{km}]$
- $G=1.66 [\mu\Omega/\text{km}]$
- $C=0.05 [\mu\text{F}/\text{km}]$



として、  $f=1000 [\text{Hz}]$   
 $=60 [\text{Hz}]$

のときの、 $Z_0, \phi, \alpha, \beta$  を求め、 $f=0\sim 100$  までのグラフを描きなさい。

## 解法

### ■ 2次定数

- R…… 2導線間の単位長さ当りの抵抗  $[\Omega/\text{km}]$
- L…… " インダクタンス  $[\text{mH}/\text{km}]$
- G…… " もれコンダクタンス  $[\mu\text{S}/\text{km}]$
- C…… " 容量  $[\mu\text{F}/\text{km}]$

伝搬定数  $r$

$$r = \alpha + j\beta \begin{cases} \text{減衰定数}\alpha \\ \alpha = (\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \sqrt{G^2 + \omega^2 C^2})^{\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) [\text{N}_3/\text{km}] \\ \text{位相定数}\beta \\ \beta = (\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \sqrt{G^2 + \omega^2 C^2})^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) [\text{rad}/\text{km}] \end{cases}$$

特性インピーダンス  $Z_0$   $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, |Z_0| = \left(\frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{G^2 + \omega^2 C^2}}\right)^{\frac{1}{2}} [\Omega]$

$$\phi = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} [^\circ] \begin{cases} \phi_1 = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \\ \phi_2 = \tan^{-1} \frac{\omega C}{G} \end{cases}$$

# プログラム

行	( <small>MODE</small> <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">2</span> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	Deg: $\leftarrow$		2	
2	" R " ? $\rightarrow$ R : R $x^2 \rightarrow$ Q $\leftarrow$		14	
3	" L " ? $\rightarrow$ L : 1 EXP (-) 3 L $\rightarrow$ L $\leftarrow$		29	
4	" G " ? $\rightarrow$ G : 1 EXP (-) 6 G $\rightarrow$ G :		44	
5	G $x^2 \rightarrow$ H $\leftarrow$		49	
6	" C " ? $\rightarrow$ C : 1 EXP (-) 6 C $\rightarrow$ C $\leftarrow$		64	
7	Lbl 1 $\leftarrow$		67	
8	" 1 ~ 2 " ? $\rightarrow$ D $\leftarrow$		76	
9	D = 2 $\Rightarrow$ Goto: 9 $\leftarrow$		83	
10	" f = " ? $\rightarrow$ F : 2 $\pi \rightarrow$ P $\leftarrow$		96	
11	P F $\rightarrow$ W : P $x^2 \rightarrow$ O $\leftarrow$		106	
12	$\sqrt{\quad}$ ( Q + W $x^2$ L $x^2$ ) $\rightarrow$ V $\leftarrow$		118	
13	$\sqrt{\quad}$ ( H + W $x^2$ C $x^2$ ) $\rightarrow$ S $\leftarrow$		130	
14	$\tan^{-1}$ ( W L $\div$ R ) $\rightarrow$ A : 9 0 $\rightarrow$ B $\leftarrow$		145	
15	G $\neq$ 0 $\Rightarrow$ $\tan^{-1}$ ( W C $\div$ G ) $\rightarrow$ B $\leftarrow$		159	
16	" Z 0 = " $\blacktriangle$		165	
17	$\sqrt{\quad}$ ( V $\div$ S ) $\blacktriangle$		172	
18	" P = " $\blacktriangle$		177	
19	( A - B ) $\div$ 2 $\blacktriangle$		185	
20	$\sqrt{\quad}$ ( V S ) $\rightarrow$ T : ( A + B ) $\div$ 2		200	
21	$\rightarrow$ Z $\leftarrow$		203	
22	" A = " $\blacktriangle$		208	
23	T cos Z $\blacktriangle$		212	
24	" B = " $\blacktriangle$		217	
25	T sin Z $\blacktriangle$		221	
26	Goto: 1 $\leftarrow$		224	
27	Lbl 9 $\leftarrow$		227	
28	Range: 0 , 1 0 0 , 1 0 , 0 , 1 EXP 4		242	
メモリー内容	A	H	O	V
	B	I	P	W
	C	J	Q	X
	D	K	R	Y
	E	L	S	Z
	F	M	T	
	G	N	U	

# プログラム

行	( <small>MODE</small> 2 ) に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム	実行内容	ステップ	
1	, 1 EXP: 3 ↵		247	
2	Graph: √ ( ( √ Q + O X x <sup>2</sup> L x <sup>2</sup> ) ) ÷ √		262	
3	( H + O X x <sup>2</sup> C x <sup>2</sup> ) ) ▲		273	
4	Range: , , , (-) 5 0 , 0 , 1 0 ↵		286	
5	Graph: ( tan <sup>-1</sup> ( P X L ÷ R ) - tan <sup>-1</sup> ( P X		301	
6	C ÷ G ) ) ÷ 2 ▲		309	
7	Range: , , , 0 , 0 . 2 , 0 . 2 ↵		323	
8	Graph: √ ( √ ( Q + O X x <sup>2</sup> ) √ ( H +		338	
9	O X x <sup>2</sup> C x <sup>2</sup> ) ) cos: ( ( tan <sup>-1</sup> ( P L X		353	
10	÷ R ) + tan <sup>-1</sup> ( P C X ÷ G ) ) ÷ 2		368	
11	) ▲		370	
12	Graph: √ ( √ ( Q + O X x <sup>2</sup> ) √ ( H +		385	
13	O X x <sup>2</sup> C x <sup>2</sup> ) ) sin: ( ( tan <sup>-1</sup> ( P L X		400	
14	÷ R ) + tan <sup>-1</sup> ( P C X ÷ G ) ) ÷ 2		415	
15	) ▲		417	
16	Goto: 1		419	
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
メモリー内容	A φ <sub>1</sub>	H G <sup>2</sup>	O (2π) <sup>2</sup>	V $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$
	B φ <sub>2</sub>	I	P 2π	W 2πf(=ω)
	C C	J	Q R <sup>2</sup>	X
	D 分岐用フラグ	K	R R	Y
	E	L L	S $\sqrt{G^2 + \omega^2 C^2}$	Z (φ <sub>1</sub> + φ <sub>2</sub> ) / 2
	F f	M	T $\frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} - \sqrt{G^2 \omega^2 C^2}}{2}$	
	G G	N	U	

# 操 作 例

〈キー操作〉

Prog 0 [EXE]

1 6 7 [EXE]

0. 4 9 [EXE]

1. 6 6 [EXE]

0. 0 5 [EXE]

→ (A)

1 [EXE]

Z<sub>0</sub>の答 1 0 0 0 [EXE]

[EXE]

[EXE]

$\phi (= \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}) [^\circ]$ の答 [EXE]

[EXE]

$\alpha$  (減衰定数) の答 [EXE]

[EXE]

$\beta$  (位相定数) の答 [EXE]

[EXE]

[EXE]

繰り返し

[EXE]

f=60 の場合も 1 [EXE], 60 [EXE], [EXE], [EXE], [EXE], [EXE]

↓  
z<sub>0</sub>

↓  
p

↓  
 $\alpha$

↓  
 $\beta$

(1~2?)

という操作で求められます。

〈表 示〉

R ?

16 7

L ?

0. 4 9

G ?

1. 6 6

C ?

0. 0 5

1 ~ 2 ?

1

f ?

1 0 0 0

Z 0 =

729. 150475

P =

-44. 32054367

A =

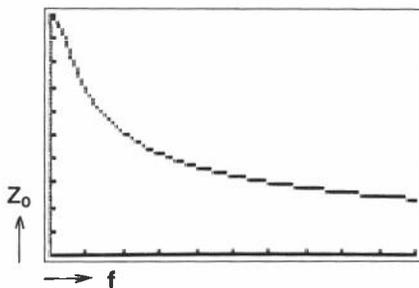
0. 1609102911

B =

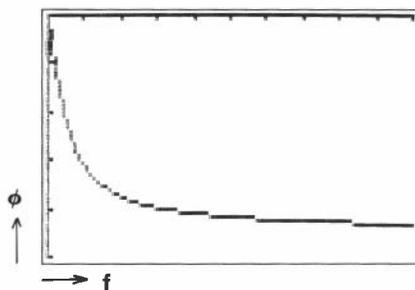
0. 1630402497

1 ~ 2 ?

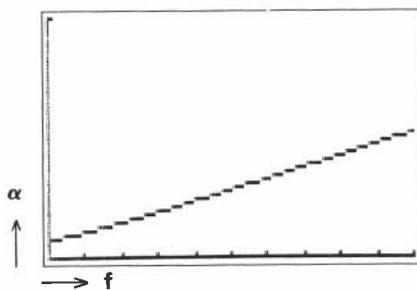
2 **EXE**



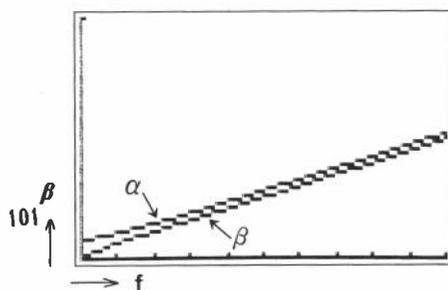
**EXE**



**EXE**



**EXE**



**EXE**

1 ~ 2 ?

↓  
Ⓐから繰り返します。

プログラムシート

行	( MODE 2 に就いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム										実行内容	メモ	
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
メモ リ ー 内 容													

プログラムシート

行	( <small>MOD</small> <small>2</small> に続いて下の命令の順にキーを押す ) プ ロ グ ラ ム										実行内容	ステップ	
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
メモ リ ！ 内 容													